Travail et énergie Par A.DIB

Introduction

Au cour du chapitre précédent nous avons énoncé la relation fondamentale de la Dynamique et nous sommes maintenant en mesure de prévoir le mouvement d'une particule si nous connaissons la force qui s'exerce sur elle.

C'est la cas du choc entre deux particules, ou les forces d'interactions sont souvent Inconnues.

Nous savons néanmoins qu'au cours de la collision une quantité doit rester constante: la quantité de mouvement totale du système des deux particules.

C'est aussi le cas d'une particule soumise à une force centrale: quelle que soit la loi de force et sa trajectoire suivie, nous savons que le moment cinétique de la particule doit rester constant.

La connaissance des invariants est d'une grande importance pour le physicien.

$\vec{P} = C^{st}, \quad \vec{L} = C^{st}$ **et un autre invariant, c'est l'énergie.**

Travail et énergie

Soit une particule de masse se déplaçant sous l'effet d'une force F: la variation de la quantité de mouvement $d\vec{P} = d(m\vec{v})$ est mesurée par le produit: $\vec{F}dt$ de la force par le temps, que nous appelons **impulsion de la force**

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Si pendant un temps dt le déplacement dx effectué par la particule est parallèle à $\vec{F}$, nous pouvons aussi effectuer le produit de la force par le déplacement, soit Fdx, et dire que ce produit mesure la variation d'une nouvelle quantité attaché à la particule et qu'il est facile d'exprimer:

$$Fdx = m\frac{dv}{dt}dx = mvdv = d\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$$

Nous appelons travail élémentaire de la force selon le déplacement dx, le produit Fdx: $dw = Fdx$

$\vec{F}dt$: <u>**mesure**</u> une variation de quantité de mouvement $\Delta\vec{P}$

Le travail Fdx <u>**mesure**</u> la variation de la grandeur $\frac{1}{2}mv^2$ que nous appelons <u>énergie cinétique.</u>

$$F dx = d\left(\frac{1}{2} m v^2\right) = d(E_c)$$

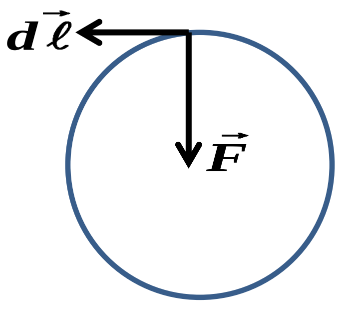
L'énergie cinétique est une **grandeur scalaire**, elle ne dépend pas de la **direction de la vitesse.**

$$* \vec{F} \mathbin{//} \vec{dx} \text{ et de meme sens} \Rightarrow dE_c \succ 0 \Rightarrow E_c \nearrow$$

$$* \vec{F} \mathbin{//} \vec{dx} \text{ et de sens opposé} \Rightarrow dE_c \prec 0 \Rightarrow E_c \searrow$$

Si le déplacement n'est plus parallèle le à la force, on doit revoir la définition de l'énergie cinétique

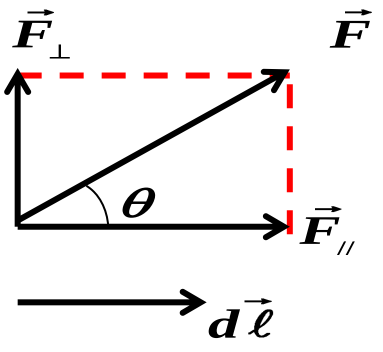
En effet considérons le cas ou la force est perpendiculaire au déplacement. C'est le cas d'un satellite artificiel ou le cas de la lune qui tourne autour de la terre, ou encore celui de la pierre tournant à l'extrémité d'une fronde.



Dans ces cas il n'existe aucune variation d'énergie cinétique. Une **force constante** et perpendiculaire au déplacement ne peut faire varier le module de la vitesse.

$$\text{Si } \vec{F} \perp \overrightarrow{d\ell} \Rightarrow dw = 0$$

Lorsque la force n’est ni perpendiculaire, ni parallèle au déplacement, nous pouvons la décomposer en deux composantes: $\vec{F}_{\perp}$ et $\vec{F}_{//}$.



$$\vec{F} = \vec{F}_{\perp} + \vec{F}_{//}$$

La composante perpendiculaire n’est pas responsable de la variation d’énergie cinétique, seule la composante // l’est: $dw = \vec{F}_{//} d\vec{\ell} = F d\ell \cos\theta$

$$\downarrow$$

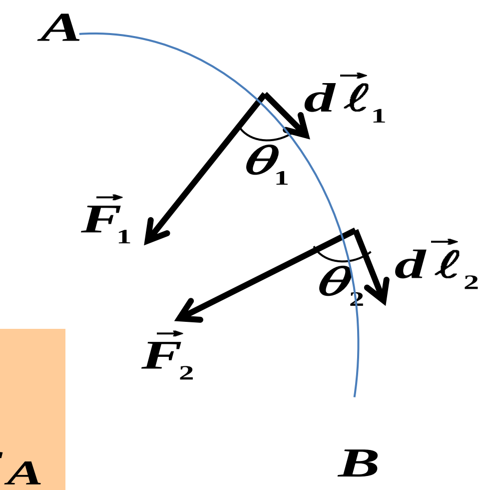
$$dw = F d\ell \cos\theta = \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{dw = \vec{F} \cdot d\vec{\ell}}$$

Si une force variable agit sur une particule au cour d’un déplacement fini de A vers B, la variation d’énergie cinétique est mesurée par:

$$W_A^B = dW_1 + dW_2 + \dots = \int_A^B dw = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$



$$W_A^B = \int_A^B dw = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_A^B F\,d\ell\cos\theta = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$W_A^B = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \Delta E_{C\,A}^{\ B} = E_{C_B} - E_{C_A}$$

Théorème de l’énergie cinétique

Particule soumise à une force de gravitation

<u>Théorème de l’énergie cinétique:</u>

$$W_A^B = \int_A^B dW = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_A^B F_x\cdot dx = (\Delta E_C)_A^B = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\vec{F} = -G\frac{Mm}{r^2}\vec{u}$$

$$W_A^B = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = -\int_A^B G\frac{Mm}{r^2}\vec{u}\cdot d\vec{\ell} = GMm\int_A^B -\frac{dr}{r^2} = GMm\int_A^B d\left(\frac{1}{r}\right) = \left[\frac{GMm}{r}\right]_A^B = (\Delta E_C)_A^B$$

$$E_{T_A} = E_{T_B} = \frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{GMm}{r_A} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{GMm}{r_B} \leftarrow \frac{GMm}{r_B} - \frac{GMm}{r_A} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

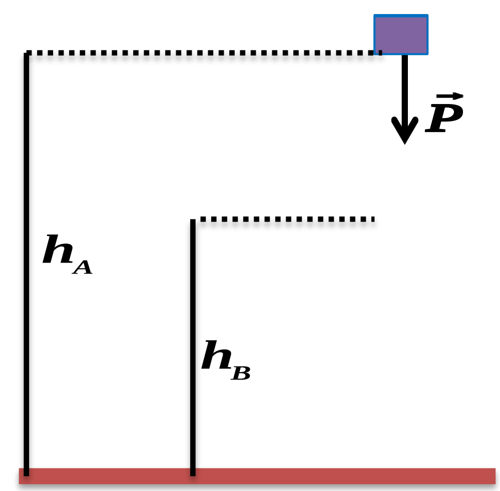
Comme: $E_T = E_C + E_P = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r}$ Donc: $E_P(r) = -\frac{GMm}{r} + C^{et}$

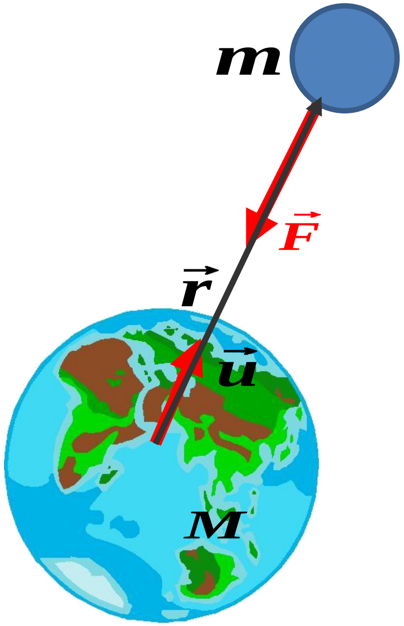
$$W_A^B = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \left[\frac{GMm}{r}\right]_A^B = \frac{GMm}{r_B} - \frac{GMm}{r_A} = E_{P_A} - E_{P_B} = -(\Delta E_P)_A^B = (\Delta E_C)_A^B$$

$$W_A^B = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = (\Delta E_C)_A^B = -(\Delta E_P)_A^B$$

Énergie potentielle au voisinage de la terre

A partir de la relation générale de l'énergie potentielle gravitationnelle on peut déduire son expression particulière au voisinage de la terre.(mg_oh)





$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2}\vec{u}$$

L'énergie potentielle gravitationnelle

est donnée par: $$\boxed{E_{P_g} = -\frac{GMm}{r}}$$

avec: $$\boxed{E_{P_g}(\infty) = 0}$$

Posons: $r_A = R + h_A \quad et \quad r_B = R + h_B$

h_A et h_B Sont les altitudes de la masse m par rapport au sol

$E_{P_g}(A)$ et $E_{P_g}(B)$ Sont les expressions de leurs énergie potentielle correspondante

$$E_{P_g}(A) - E_{P_g}(B) = -G\frac{Mm}{R+h_A} + G\frac{Mm}{R+h_B} = GMm\frac{(R+h_A)-(R+h_B)}{(R+h_A)(R+h_B)}$$

h_A et h_B : Sont très petits par rapport au rayon de la terre

On peut donc écrire: $E_{P_g}(A) - E_{P_g}(B) = m\frac{GM}{R^2}(h_A - h_B) = mg_0(h_A - h_B)$

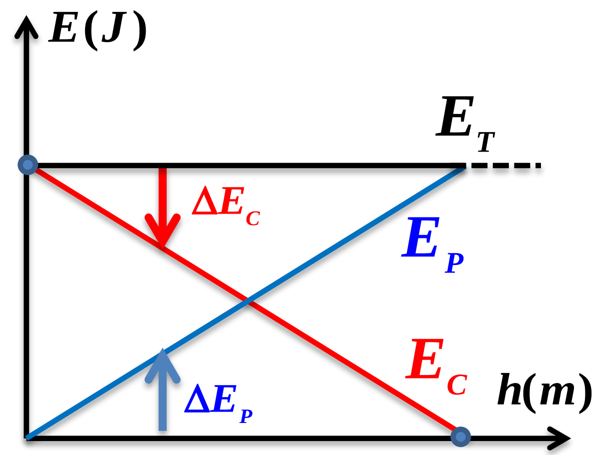
On définit l'énergie potentielle gravitationnelle de la masse m à l'altitude h comme:

$$E_{P_g}(h) = mg_0 h + C^{st}$$

La constante sera défie en choisissons l'origine de l'énergie potentielle

Exemple 1: on lance une pierre verticalement avec une vitesse v₀

Au sol: $E_T = \frac{1}{2} m v_0^2 + mg_0(0) = \frac{1}{2} m v_0^2 = C^{st}$



A partir du graphe Ep(h) on peut en déduire celui Ec(h)

$$E_T = E_C + E_P$$

$pour : h = 0 \rightarrow E_P(h) = mgh$

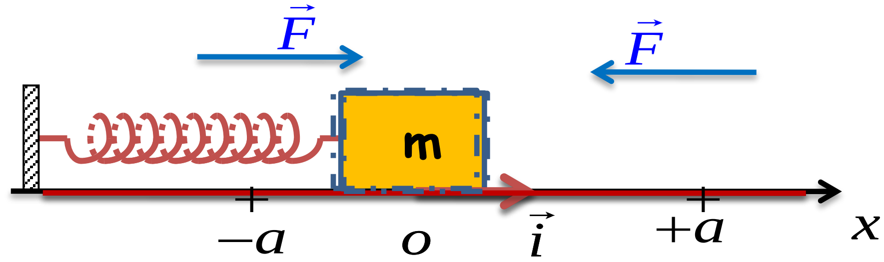
$$E_C = E_T - E_P$$

$pour : h = 0 \rightarrow E_C = E_T$ $\qquad$ $pour : E_T = E_P \rightarrow E_C = 0$

Exemple 2: particule dans un champ de force élastique.

Considérons une particule astreinte à se déplacer sur un axe x'ox sans frottement et soumise à une force du type: $\vec{F} = -kx\vec{i}$

Au cour du déplacement du bloc, la force $\vec{F}$ le rappelle vers sa position d'équilibre.



on peut écrire: $\boxed{W_{\vec{F}} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = (\Delta E_C)_B^A}$

$$(\Delta E_C)_B^A = E_C(B) - E_C(A) = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_A^B \bar{F}_x \cdot d\bar{x} = \int_A^B -kx\,dx = \frac{1}{2}kx_A^2 - \frac{1}{2}kx_B^2$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$\frac{1}{2}kx_A^2 + \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}kx_B^2 + \frac{1}{2}mv_B^2 = E_C(x) + E_P(x) = E_T = E_C + E_P = C^{et}$$

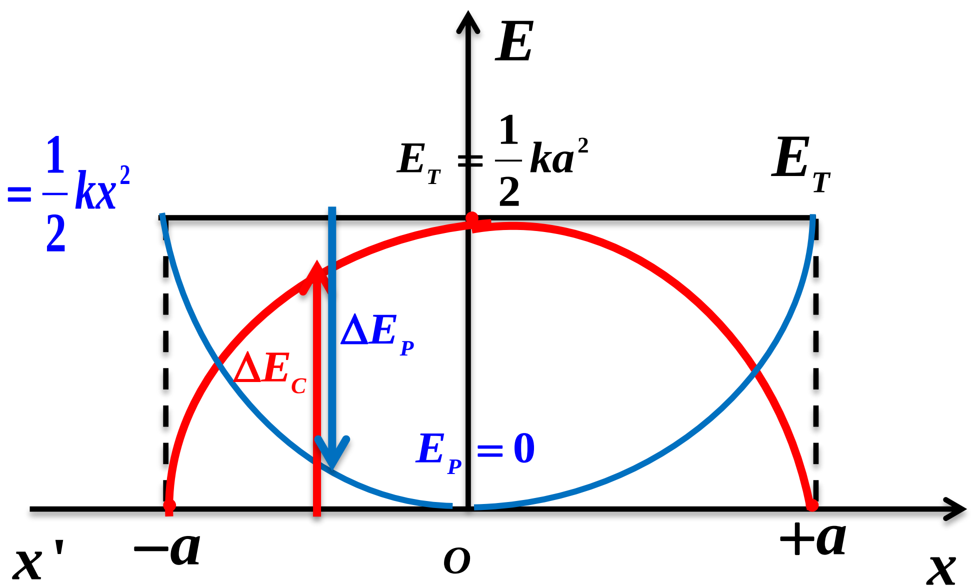
On écrie: $\boxed{E_{P_e} = \frac{1}{2}kx^2 + C^{st}}$

$$\Downarrow$$

$pour : x = 0 \rightarrow E_{P_e}(0) = 0$ $\Longrightarrow$ $E_{P_e}(x) = \frac{1}{2}kx^2$

$pour : x = \pm a : \vec{v} = o \rightarrow E_T = \frac{1}{2}ka^2$

$E_C = E_T - E_{P_e}$



Forces dérivant d'un potentiel ou forces conservatives

Une force dérive d'un potentiel si le travail de cette force pour un déplacement quelconque de A à B peut toujours s'exprimer comme la différence des valeurs d'une même quantité évaluées au point de départ et au point d'arrivée: $E_P(x, y, z)$

$$W_A^B = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = E_P(x_A, y_A, z_A) - E_P(x_B, y_B, z_B)$$

Nous définissons l'énergie potentiel de la particule dans un champs de la force F par

$$W_A^B = E_P(A) - E_P(B) \ et \ non \ E_P(B) - E_P(A)$$

La relation implique que le travail de la force est **indépendant du chemin suivi** pour aller de A vers B: la différence Ep(A)-Ep(B) ne dépend que des coordonnées de A et de B.

En particulier, si la trajectoire est fermé et que le point final correspond au point initial ,on a Ep(A)=Ep(B) et la travail est nul. Ceci signifie que pendant une partie du trajet le travail est positif (Ec augmente), et durant l'autre partie le travail est négatif mais a ;même valeur absolue (Ec diminue). Sur la trajectoire complète le travail total est nul.

Lorsque une particule est soumise à une force dérivant d'un potentiel, on a pour un déplacement de A vers B:

$$\boxed{W_A^B = (\Delta E_C)_A^B = -(\Delta E_P)_A^B} \Rightarrow W_A^B = E_C(B) - E_C(A) = E_P(A) - E_P(B)$$

$$E_C(A) + E_P(A) = E_C(B) + E_P(B) = E_T$$

Puisque les états A et B sont arbitraires, on peut donc écrire pour n'importe quelle position de la particule:

$$\boxed{E_C + E_P = E_T = C^{st}}$$

L'énergie totale de la particule est conservée. C'est la raison pour laquelle on les appelle aussi forces conservatives.

L'équation de définition de l'énergie potentiel s'écrit: $\boxed{dE_P = -\vec{F} \cdot d\vec{\ell}}$

$$F_x = -\frac{dE_P}{dx} : \textit{pente de la coube } E_P(x)$$

Si nous connaissons Ep(x,y,z) on a: $\boxed{\partial E_P = -\partial W}$

Soit: $$\frac{\partial E_P}{\partial x} dx + \frac{\partial E_P}{\partial y} dy + \frac{\partial E_P}{\partial z} dz = -F_x dx - F_y dy - F_z dz$$

$$W(\vec{F}_2)=\int_0^2 xdx+\frac{x^2}{2}xdx+\int_2^0 xdx+xdx=\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2+\left[\frac{x^4}{8}\right]_0^2+\left[x^2\right]_2^0=2+2-4=0$$

$$W(\vec{F}_1)=4/3\,J\Rightarrow\vec{F}_1\ \textit{non conservative}\qquad W(\vec{F}_2)=0\,J\Rightarrow\vec{F}_2\ \textit{conservative}$$

Exercice : 43

Soit un satellite de masse m tournant autour de la terre de masse M à distance r du centre de la terre. En supposant que sa trajectoire est circulaire :

1-Donner l'expression de l'énergie potentielle correspondant à la force de gravitation entre le satellite et la terre, préciser l'origine choisie pour l'énergie potentielle.

$$W_A^B=\int_A^B\vec{F}\cdot d\vec{\ell}=-\int_A^B G\frac{Mm}{r^2}\vec{u}\cdot d\vec{\ell}=-\int_A^B G\frac{Mm}{r^2}dr=GMm\int_A^B d\left(\frac{1}{r}\right)=\left[\frac{GMm}{r}\right]_{Ä}^{B}=\left[\Delta E_C\right]_A^B$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2=\frac{GMm}{r_B}-\frac{GMm}{r_A}\quad\Rightarrow\quad\frac{1}{2}mv_A^2-\frac{GMm}{r_A}=\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{GMm}{r_B}$$

$$\boxed{E_P(r)=-\frac{GMm}{r}+Cst}$$

$$pour \quad r \to \infty \Rightarrow E_P = 0, \; Cst = 0 \; et \; E_P = -\frac{GMm}{r}$$

$$F = \frac{GM_T m}{r^2} = P = mg \quad = \frac{GM_T m}{(R+h)^2} = ma_N = m\frac{v^2}{r} = mw^2 r = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r = m\frac{4\pi^2}{T^2} r$$

2-Donner l'énergie mécanique totale en fonction de G, M, m et r

$$\left.\begin{aligned} E_P &= -\frac{GMm}{r} \\ mv^2 &= \frac{GMm}{r} \Rightarrow E_C = \frac{GMm}{2r} \end{aligned}\right\} \Longrightarrow E_T = E_C + E_P = -\frac{GMm}{2r}$$

3-Montrer que les trajectoires circulaires vérifient la troisième loi de Kepler $\omega^2 r^3 = GM$
où w est la vitesse angulaire

$$F = \frac{GMm}{r^2} = ma_N = m\frac{v^2}{r} = mw^2 r \Longrightarrow GM = w^2 r^3$$

4-Si un satellite parait immobile dans le ciel, calculer sa hauteur, sa vitesse et son énergie totale.

Le satellite parait immobile dans le ciel, donc il a la même période que la terre

$$ma_N = m\frac{v^2}{r} = mw^2r \Longrightarrow \left.\begin{matrix} GM = w^2r^3 \\ \frac{v^3}{w} = w^2r^3 \end{matrix}\right\} \Longrightarrow v^3 = GMw = \frac{GM\,2\pi}{T}$$

$$\Downarrow$$

$$v^3 = \frac{GM\,2\pi}{T}$$

T: est la période de la terre.

$$GM = w^2r^3 = v^2r \Longrightarrow r = \frac{GM}{v^2} = R + h \Longrightarrow h = \frac{GM}{v^2} - R$$

$$E_T = -E_C = \frac{1}{2}m\left[\frac{GM\,2\pi}{T}\right]^{2/3}$$

On donne :

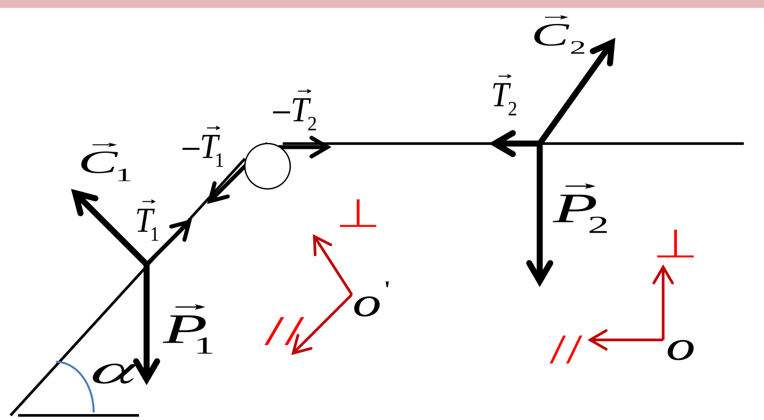
M = 5.98 10^{24} kg, R_T = 6400 km, m = 68 kg et G = 6.67 10^{-11} N m^2 kg^{-2}

Exercice : 25

On considère le système représenté ci dessous. La masse m_1 peut glisser sans frottements sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale.
La masse m_2 peut glisser sur le plan horizontal caractérisé par les coefficients de frottement statique $\mu_s = 0.6$ et dynamique $\mu_g = 0.5$.
Le fil est inextensible, les masses de la poulie et du fil sont négligeables.

On Donne: $\alpha = 30^0$ $m_2 = 2kg$ $g_o = 10m/s^2$

1-Calculer la valeur minimale de m_1 pour laquelle le système se met en mouvement.



Les forces agissant sur m_1 sont (P_1, T_1, C_1).
Celles sur m_2 sont $(P_2, T_2 C_2)$.

C_1 est perpendiculaire au plan car il n'y a pas de frottements .

$C_2 = C_o$ (limite de l'équilibre) est inclinée vers la droite car C_o s'oppose au mouvement .

Appliquons la relation fondamentale de la dynamique aux deux masses . (RFD)

Poulie de masse négligeable : $T_1 = T_2 = T$.

$$m_1 : \vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{C}_1 = m_1\vec{a}_1 = 0 \rightarrow \begin{cases} // : m_1 g_0 \sin\alpha - T_1 + 0 = 0 \; (1) \\ \perp : C_1 = m_1 g_0 \cos\alpha \qquad (2) \end{cases}$$

$$m_2 : \vec{P}_2 + \vec{T}_2 + \vec{C}_2 = m_2\vec{a}_2 = 0 \rightarrow \begin{cases} // : 0 + T_2 - C_{0//} = 0 \; (3) \\ \perp : C_{0\perp} = m_2 g_0 \qquad (4) \end{cases} \rightarrow T_2 = \mu_s m_2 g_0$$

$$\left\|\vec{C}_{0//}\right\| = \mu_s \left\|\vec{C}_{0\perp}\right\|$$

$$(3) \rightarrow \quad C_{0//} = T = \mu_s m_2 g_0 = m_1 g_0 \sin\alpha \Rightarrow m_1 = \frac{\mu_s m_2}{\sin\alpha}$$

2-Représenter, dans ce cas, les forces appliquées à chacune des masses
Echelle : 1cm→4N

$$\left\|\vec{P}_1\right\| = m_1 g = 24N \rightarrow 6\,cm; \quad \left\|\vec{C}_1\right\| = m_1 g_0 \cos\alpha = 20{,}79N \rightarrow 5{,}2\,cm; \quad \left\|\vec{T}_1\right\| = m_1 g_0 \sin\alpha = 12N \rightarrow 3\,cm$$

$$\left\|\vec{P}_2\right\| = C_{0\perp} = m_2 g = 20N \rightarrow 5\,cm; \quad C_{0//} = \mu_s m_2 g_0 = \left\|\vec{T}_2\right\| = 12N \rightarrow 3\,cm; \quad \left\|\vec{C}_0\right\| = 23{,}32N \rightarrow 5{,}8\,cm$$

3- Pour m_1=4kg, déterminer l'accélération a de chaque masse et la tension T du fil

Poulie de masse négligeable :$T_1=T_2=T$ .Fil inextensible :$a_1=a_2=a$

$$m_1 : \vec{P}_1+\vec{T}_1+\vec{C}_1=m_1\vec{a}_1 \rightarrow \begin{cases} // : m_1 g_0 \sin\alpha - T_1 + 0 = m_1\bar{a} \quad (1) \\ \perp : C_1 = m_1 g_0 \cos\alpha \quad (2) \end{cases}$$

$$|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = \bar{a}$$

$$m_2 : \vec{P}_2+\vec{T}_2+\vec{C}_2=m_2\vec{a}_2 \rightarrow \begin{cases} // : 0 + T_2 - C_{//} = m_2\bar{a} \quad (3) \\ \perp : C_\perp = m_2 g_0 \quad (4) \end{cases} \quad avec : \|\vec{C}_{//}\| = \mu_g \|\vec{C}_\perp\|$$

$$(1)+(3) \Rightarrow m_1 g_0 \sin\alpha - \mu_g m_2 g_0 = (m_1+m_2)a$$

$$\searrow \quad a = g_0 \frac{m_1 \sin\alpha - \mu_g m_2}{(m_1+m_2)} = 1,67\, m/s^2$$

$$\|\vec{T}\| = m_1(g_0 \sin\alpha - a) = g_0 \frac{m_1 m_2}{(m_1+m_2)}(\sin\alpha + \mu_g) = 13,33\ N$$

$\frac{\partial E_P}{\partial x}$ Est la dérivée partielle de Ep par rapport à x (y et z) restant constants.

Si on effectue un déplacement suivant dx, (dy et dz) sont nuls et l'on a:

$$-\frac{\partial E_P}{\partial x} = F_x = -\frac{dE_P}{dx}$$

Forces dérivant d'un potentiel

$$\begin{cases} -\frac{\partial E_P}{\partial x} = F_x \\ -\frac{\partial E_P}{\partial y} = F_y \\ -\frac{\partial E_P}{\partial z} = F_z \end{cases}$$

De même pour dy et de même pour dz.

On dit que F est le gradient de la fonction Ep(x,y,z) avec un signe négatif.

On écrie alors: $\vec{F}\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} = -\overrightarrow{grad}(E_P) = -\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} E_P = \begin{pmatrix} -\frac{\partial E_P}{\partial x} \\ -\frac{\partial E_P}{\partial y} \\ -\frac{\partial E_P}{\partial z} \end{pmatrix}$

Si le mouvement est dans un plan, repéré en coordonnées polaires r et θ, l'énergie potentiel est une fonction de r et θ

$$\partial E_P = -\partial W = -\vec{F}\cdot d\vec{\ell} = -(\vec{F}_1\cdot d\vec{\ell}_1 + \vec{F}_2\cdot d\vec{\ell}_2)$$

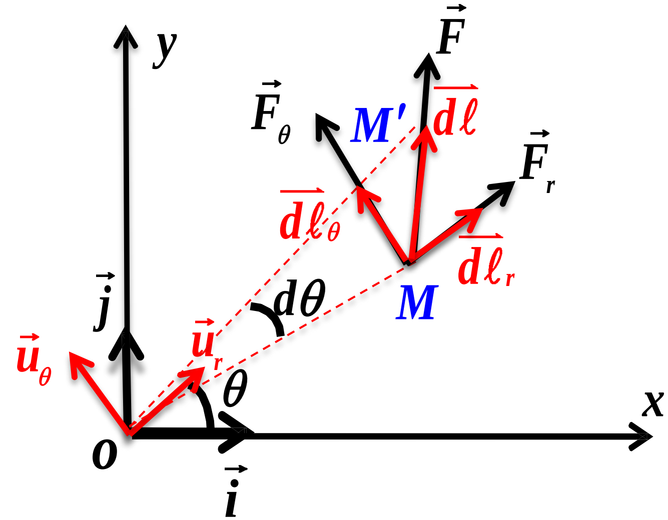
$$\partial E_P = \frac{\partial E_P}{\partial r} dr + \frac{\partial E_P}{\partial \theta} d\theta = -(F_r dr \cdot F_\theta r d\theta)$$

$$tg d\theta = \frac{d\ell_\theta}{r} d\theta \Rightarrow d\ell_\theta = r\, d\theta$$

$$d\ell_r = dr$$

$$F_r = -\frac{\partial E_P}{\partial r}$$

$$F_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial E_P}{\partial \theta}$$



Forces non conservatives

Dans la vie courante les exemples ne manquent pas, ou les mesures mettent en défaut La conservation de l’énergie mécanique totale.

-un objet lancer sur une table horizontale, pendant que l’on pousse son énergie cinétique augmente pendant que son énergie potentiel gravitationnelle reste constante: l’énergie mécanique totale augmente.

Les forces de frottements ne sont pas des forces conservatives. En effet elles ne correspondent pas à une interaction entre deux particules. Chacune de ces forces d'interaction peut s'exprimer au moyen d'une force dérivant d'un potentiel, mais l'effet macroscopique résultant ne dérive pas d'un potentiel, pour la raison suivante: bien que le corps après avoir achevé une trajectoire fermée, soit d'un point de vue macroscopique revenu à sa position initiale,

les molécules qui le compose ne sont pas revenues à leur état initial. <u>L'état microscopique final</u> n'est <u>pas identique</u> à <u>l'état microscopique initial</u>. Une partie de l'énergie mécanique totale est prise par l'agitation moléculaire ce qui se traduit par un dégagement d'énergie calorifique.

De même lorsque un satellite artificiel change d'orbite

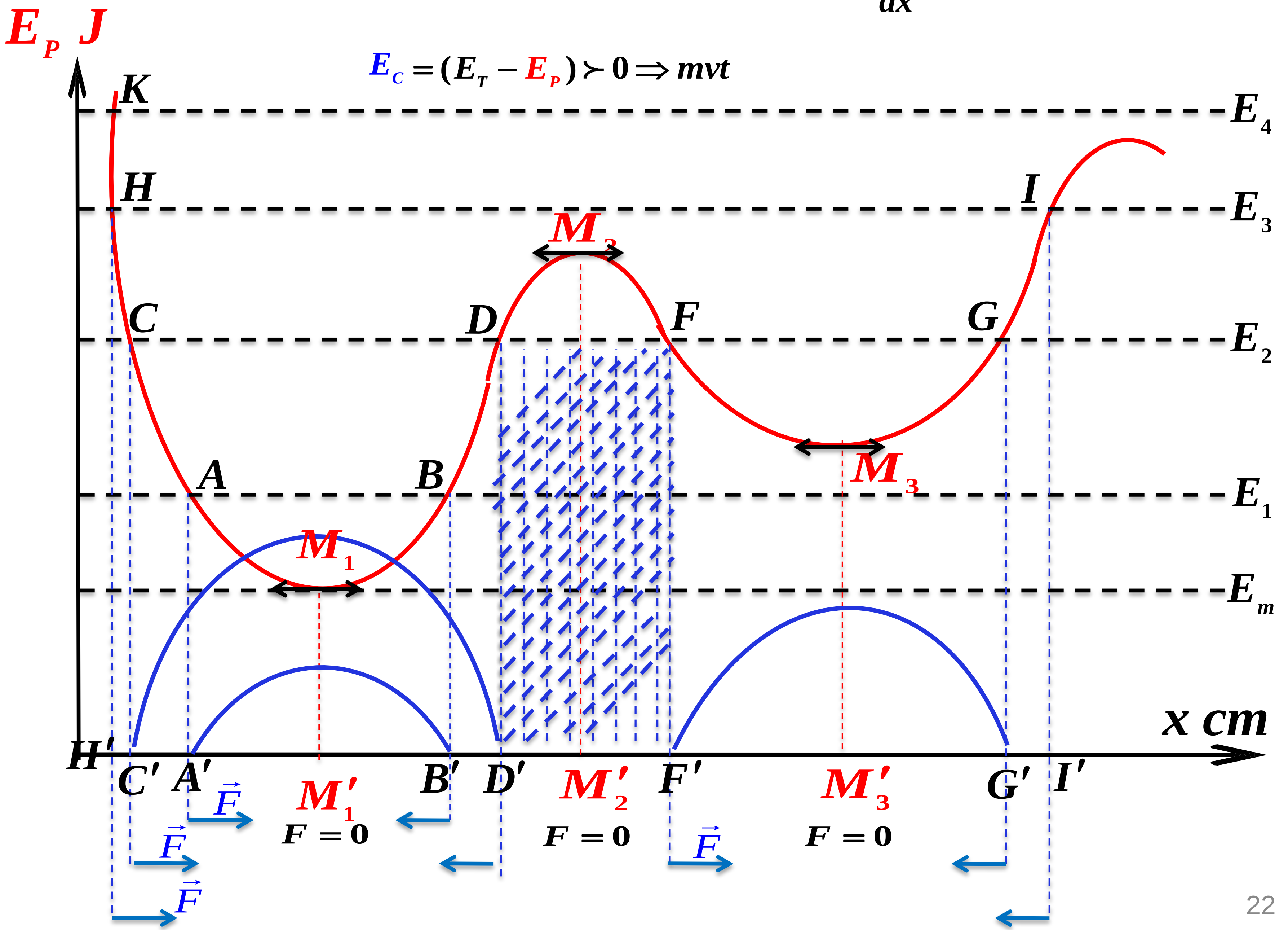
$$\Delta E_T = -W_f$$

$$\Delta E_T = -W_f = -\vec{C}_{\parallel} AB$$

Discutions des courbes d'énergie potentielles

$F_x = -\frac{dE_P}{dx}$: *pente de la coube* $E_P(x)$

$E_C = (E_T - E_P) \succ 0 \Rightarrow mvt$



Les graphes qui représentent l'énergie potentiel Ep en fonction de x dans les Problèmes à une dimension ou Ep(r) pour les forces centrales, sont très utiles pour comprendre le mouvement d'une particule, sans avoir à résoudre l'équation du mouvement.

Sur la courbe précédente nous avons représenté une courbe d'énergie potentielle dans le cas d'un mouvement à une dimension.

La force F qui agit sur la particule quel que soit x est donnée par:

$$F_x = -\frac{dE_P}{dx} : \textit{pente de la coube } E_P(x)$$

$\Longrightarrow$ La force F est la dérive de l'énergie potentielle précédée du signe -

La mesure algébrique de la force selon x'ox est de signe opposé à la pente

Là ou l'énergie potentielle est maximum ou minimum nous avons la pente nulle, donc la force F=0; autrement dit ce sont des positions d'équilibre: stable pour un minimum car si la particule est déplacée légèrement de sa position d'équilibre une force agit sur elle pour la ramener à cette position, instable pour un maximum puisqu'un petit déplacement de sa position d'équilibre crée une force qui tend à l'écarter de cette position.

La particule d'énergie totale E_1 coupe Ep en deux points A et B, leurs projections sur l'axe du mouvement x'ox sont A' et B'. À gauche de A et à droite de B Ec<0 donc pas de mouvement. Le mouvement de la particule est limité à l'inter-valle A'B', le mouvement est oscillatoire. Aux points A' et B' les vitesses sont nuls (points de rebroussements).

Énergie totale d'un satellite

$$F = \frac{GM_T m}{r^2} = mg \rightarrow g = \frac{GM_T}{r^2} \; et \; g_0 = \frac{GM_T}{R^2} \rightarrow GM_T = g_0 R^2$$

$$\boldsymbol{pour \;\; r \rightarrow \infty \Rightarrow E_{P_g} = 0, \;\; Cst = 0} \Rightarrow \boldsymbol{E_P = -\frac{GMm}{r} = -mgr = -mg_0 \frac{R^2}{r}}$$

$$F = \frac{GM_T m}{r^2} = P = mg \;\; = \frac{GM_T m}{(R+h)^2} = ma_N = m\frac{v^2}{r} = mw^2 r = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r = m\frac{4\pi^2}{T^2} r$$

Déterminer le rayon de l'orbite en fonction de w, g_o et R

$$F = \frac{GM_T m}{r^2} = mw^2 r \Rightarrow \frac{GM}{w^2} = r^3 = g_0 \frac{R^2}{w^2} \Rightarrow \boxed{r^3 = g_0 \frac{R^2}{w^2}} \Rightarrow \boxed{v^2 = g_0 \frac{R^2}{r}}$$

Déterminer l'énergie cinétique du satellite en fonction de w, g_o et R

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mg_0 \frac{R^2}{r}}$$

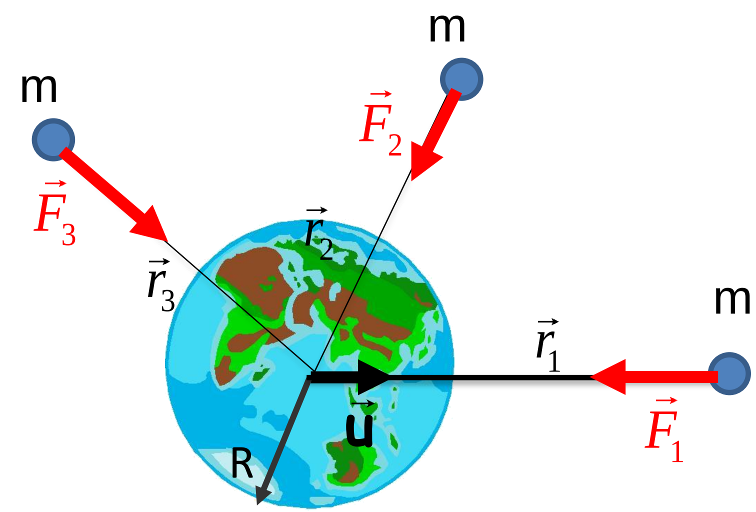
En déduire l'énergie mécanique totale du satellite en fonction de w, g_o et R

$$E_T = E_C + E_{P_g} = \frac{1}{2} mg_0 \frac{R^2}{r} - mg_0 \frac{R^2}{r} \Rightarrow \boxed{E_T = -\frac{1}{2} mg_0 \frac{R^2}{r} = -E_C = \frac{E_P}{2}}$$

Champ de force-vecteur champ gravitationnelle-potentiel gravitationnelle

Un champ de force est une région de l'espace
Ou des forces agissent sur une particule.

Soit une masse m place en différent endroit
autour de M. Pour chaque position une force
F est appliquée.



On dit que m est placée dans le champ de gravitation de M, on obtient Ep=-GMm/r

la masse M produit dans l'espace qui l'entour un état physique que nous caractérisons
par le vecteur champ gravitationnelle $\vec{g}$ et un potentiel gravitationnelle U, avec:

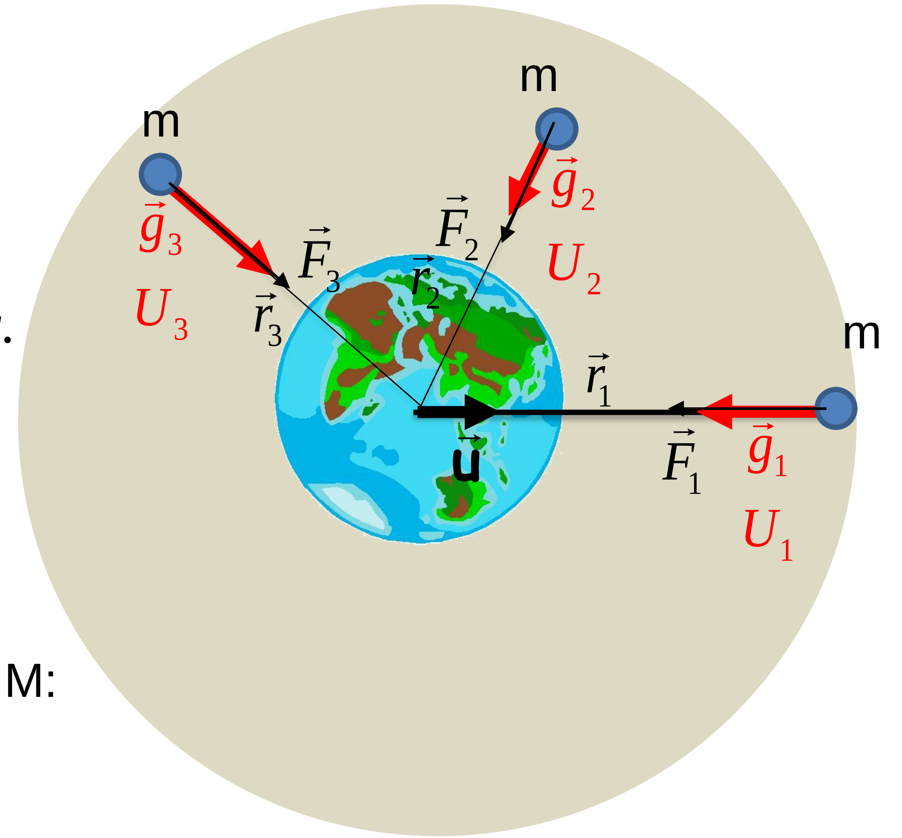
$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = -\frac{GM}{r^2}\vec{u} \text{ accélération de la pesanteur.}$$

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

$$U = \frac{E_P}{m} = -\frac{GM}{r} \text{ potentiel gravitationnelle.}$$

$$E_P = mU$$

la masse M produit dans l'espace qui l'entour un état physique que nous caractérisons par le vecteur champ gravitationnelle $\vec{g}$ et un potentiel gravitationnelle U, avec:



$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = -\frac{GM}{r^2}\vec{u} \text{ accélération de la pesanteur.}$$

$$U = \frac{E_P}{m} = -\frac{GM}{r} \text{ potentiel gravitationnelle.}$$

On place m dans le champ de gravitation de M:

on obtient ;

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

$$E_P = mU$$

Conclusion:

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

$$E_p = mU$$

$$\vec{g}\begin{pmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{pmatrix} = -\overrightarrow{grad}(U)\begin{pmatrix} \partial U/\partial x \\ \partial U/\partial y \\ \partial U/\partial z \end{pmatrix}$$

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}(E_p) \Rightarrow \vec{g} = -\overrightarrow{grad}(U)$$

Spectre de champ gravitationnelle