Conduction électrique

Par A.DIB

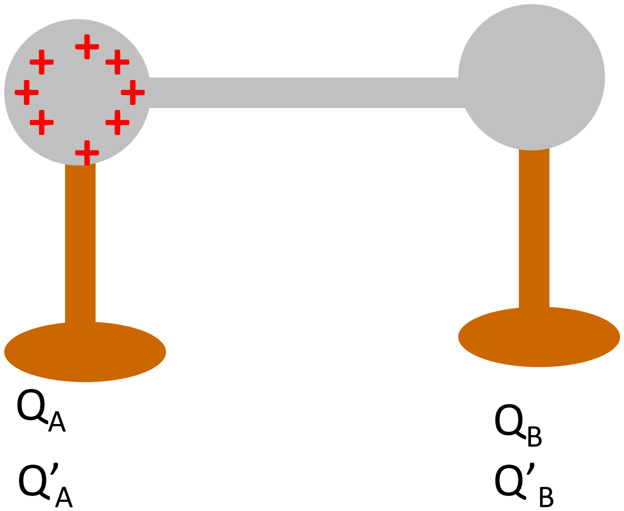
Introduction au courant électrique

Rupture d'un équilibre électrostatique. Origine du courant électrique

Soit deux conducteurs A et B, en équilibre électrostatique de potentiel V_A et V_B respectivement, tel que $V_A > V_B$ et portant des charges Q_A et Q_B .

On les relie par un fil conducteur. Il y a rupture de l'équilibre et donc mouvement des charges.

Ce mouvement des charges correspond à un courant électrique dans le fil.



Après un certain temps les conducteurs sont au même potentiel. Il y a un nouvel état d'équilibre.

Le courant qui apparait est appelé: Courant temporaire

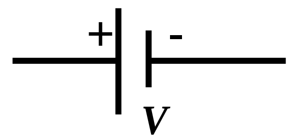
La charge totale du système est conservée lors de cet échange. $Q_A + Q_B = Q_A^{'} + Q_B^{'}$

Obtention d'un courant électrique permanent (ou continu).

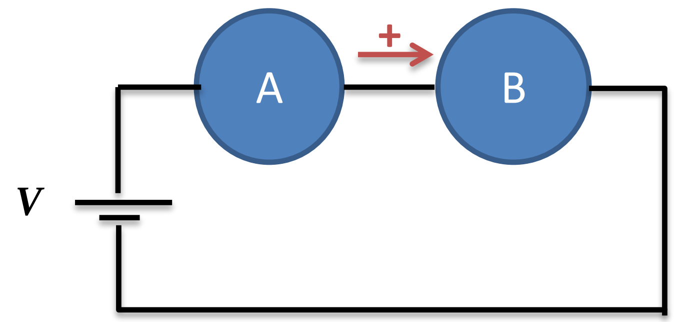
Pour maintenir le courant temporaire précédent, il faut maintenir l'état de déséquilibre pour cela il faut ramener continuellement des charges sur l'un des conducteurs.

Ceci se fait en introduisant un appareil appelé: Générateur qui maintient la différence de potentiel (d.d.p) constante.

Il est schématisé par:



Les charges + se déplacent de A vers B et
Les charges – de B vers A



Sens conventionnel du courant

Le sens conventionnel du courant correspond à celui de la circulation des charges positives

C'est-à-dire du pôle + vers – à l'extérieur du générateur

Obtention d’un courant permanent électrique (ou continu).

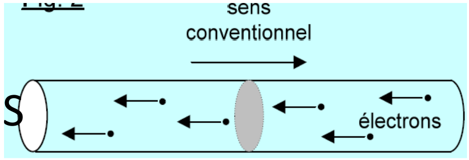
nature_courant.exe

Intensité du courant électrique .

Dans l'analogie qui peut être faite d'un courant électrique et d'un courant d'eau dans une conduite, la notion d'intensité correspond à celle du débit: quantité d'électricité (courant) débitée par unité de temps.

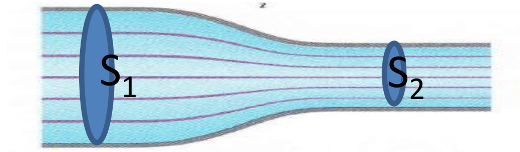
À travers une section donnée s du conducteur il passe une quantité d'électricité dq pendant un temps dt, l'intensité est: $I = \frac{dq}{dt} (A)$

L'unité d'intensité dans le système MKSA, L'AMPERE, apparait ainsi comme l'intensité d'un courant qui transporte 1 coulomb par seconde.



Conservation du courant électrique .

Soit un tube de courant avec deux section S_1 etS_2.



À travers la section S_1: $I_1 = \frac{dq_1}{dt}$

À travers la section S_2: $I_2 = \frac{dq_2}{dt}$

Conservation de la charge: $\Longrightarrow dq_1 = dq_2 \Rightarrow I_1 = I_2$

Vecteur densité du courant .

- Définitions

Ligne de courant: C'est la trajectoire orientées décrites par les charges positives en mouvement

Tube de courant: C'est un ensemble de lignes de courant s'appuyant sur un contour fermé (C)

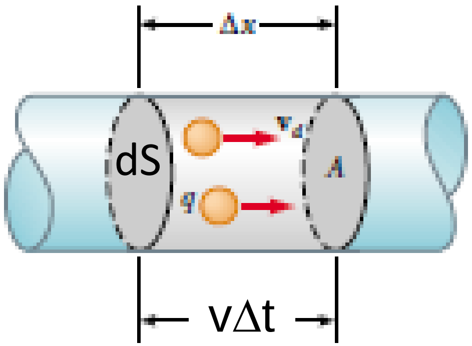
- Vecteur densité de courant

On définit un vecteur densité de courant ayant la direction et le sens du mouvement

des charges positives comme : $j = \dfrac{dI}{dS} \quad (A/m^2)$

Le vecteur densité de courant est tangent à la ligne de courant

- Expression de vecteur densité de courant



n: est le nombre d'électrons par unité de volume

dS: est la section droite du tube de courant

v: est la vitesse des porteurs de charges

Pendant un temps Δt, la distance parcourues par les charges est: $\Delta x = v\Delta t$

La charge Δq ayant traversé la section ΔS pendant ce temps Δt est:

$$\Delta q = nq\Delta V = nq(\Delta x)\Delta S \qquad \Delta q = nq\Delta x = nq(v\Delta t)\Delta S$$

Le courant ΔI ayant traversé la section ΔS pendant ce temps Δt est :

$$\Delta I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = nqv\Delta S$$

L e vecteur densité de courant s'écrit alors: $$j = \frac{\Delta I}{\Delta S} = nqv$$

Comme le vecteur j est tangent à la ligne de courant et en supposant des **électrons comme porteurs** de charges on a: $$\vec{j} = -ne\vec{v}$$

Pour un conducteur de section S on a: $$I = \iint \vec{j}.d\vec{S}$$

Mécanisme microscopique expliquant le passage du courant .

- Métaux et alliages.

Leurs structure cristallographique a déjà été étudiée: c'est celle d'un réseau d'ion fixes dans lequel se déplacer des électrons « libres » (ou de conduction) qui assurent la neutralité de l'atome. En générale un atome possède 1 ou 2 électrons de conduction, les autres étant liés au réseau.

Si on applique un champ électrique $\vec{E}$, les électrons libres se déplacent en sens inverse du champ, les ions restant fixes.

Le passage du courant s'effectue sans déplacement de la matière.

- Semi conducteurs.

Le nombre d' électrons libres est beaucoup plus faible: 1 électron pour 10^{10} atomes environ.

- Electrolytes – Gaz ionisés.

Un composé ionique en solution ou fondu est décomposé partiellement en ions positifs et négatifs. Soumis à un champ électrique, les cations(+) se déplacent dans le sens conventionnel du courant, les anions(-) en sens inverse du courant.

Pour les Gaz ionisés les porteurs de charges peuvent être des électrons ou des ions.

Dans ces deux cas le passage du courant se traduit par un transport de matière.

EXERCICE

Calculer la vitesse des charges libres dans un fil de cuivre cylindrique homogène parcouru par un courant I = 10 A. Sa section est $S = 1\ mm^2$.

On donne: Masse volumique du cuivre : $\rho = 8.8\ 10^3\ kg/m^3$

Masse molaire du cuivre : M = 63.6 g

De plus, on suppose qu'il y a un électron libre par atome de cuivre

CORRIGE

On sait que le vecteur densité de courant s' écrit : $$j = nqv \Rightarrow v = \frac{j}{nq}$$

On doit donc calculer le nombre d'électrons par unité de volume et le vecteur densité de courant

-vecteur densité de courant: $$j = \frac{I}{S} = 10^7\ A/m^2$$

- Nombre d'électrons libres par unité de volume:

Comme il y a un électron libre par atome de cuivre donc Nbre atomes = Nbre électrons

$$\begin{array}{l} M \rightarrow \mathrm{N} \\ m \rightarrow Nat \end{array} \Rightarrow Nat = \frac{m}{M}\mathrm{N}; \quad \mathrm{N}\text{: est le nombre d'Avogadro}$$

Le nombre d'électrons libres par unité de volume est: $$n = \frac{Nat}{V} = \frac{m}{MV}\mathrm{N} \Rightarrow n = \frac{\rho}{M}\mathrm{N}$$

$$n = 8.33\ 10^{28}\ e/m^3$$

On obtient une vitesse de: v = 7.5 10^{-4} m/s

Loi d'OHM et de JOULE

Georg Simon Ohm

(1787-1854)

Loi d'OHM.

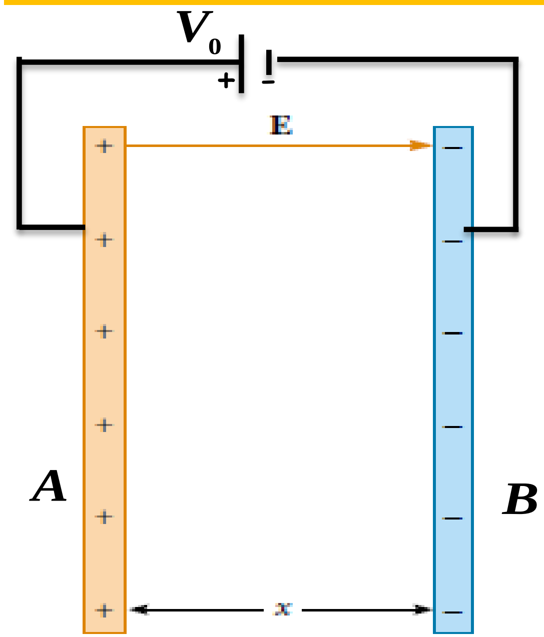
Nous avons vu en électrostatique lorsqu'un champ électrique est appliqué à un diélectrique il en résulte une polarisation. Mais si le champ est appliqué dans une région de l'espace ou existent des charges libres, **ces charges sont accélérées** par ce champ acquièrent une **énergie cinétique** il en résulte un **courant électrique**.

Lorsque les charges libres sont présentes dans une substance, comme les électron dans un métal leurs mouvement est géré par l'interaction avec les ions qui constituent le réseaux cristallin du métal. **Le mouvement des électrons dans un métal est différent de celui des électrons dans le vide.**

Dans un conducteur les porteurs de charges se mettent en mouvement sous l'action d'un champ électrique car il en résulte un courant électrique.

Ce courant est proportionnel à la différence de potentiel V aux bornes de ce conducteur

- Déplacement des électrons dans le vide



On relie deux plaques A et B à un générateur, elles sont soumises à une différence de potentiel (d.d.p) $V_0 = V_A - V_B$

Il en résulte un champ électrique entre A et B (AB=x).

$$dV = -\vec{E}.d\vec{l} \Rightarrow E = \frac{V_0}{x} = cst$$

L' électron est soumis à une force électrique donc il y a émission

$$\vec{F} = -e\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E} = cst$$

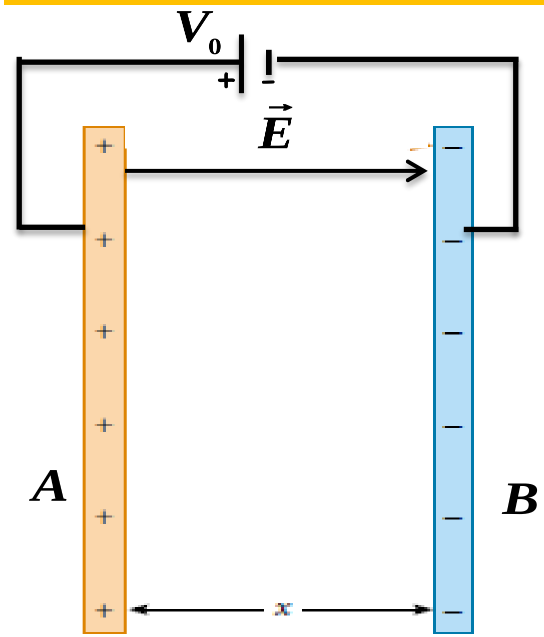
L'électron décrit donc un mouvement rectiligne uniformément accéléré

$$E_{T_A} = E_{T_B} = E_{C_A} + qV_A = E_{C_B} + qV_B \Rightarrow E_{C_A} = q(V_B - V_A) = -e(V_B - V_A) = eV_0$$

$$W = \Delta E_C = -\Delta E_p = e\Delta V \succ 0 \Rightarrow E_C \nearrow$$

Donc la vitesse augmente

- Déplacement des électrons dans le vide



On relie deux plaques A et B à un générateur, elles sont soumises à une différence de potentiel (d.d.p) $V_0 = V_A - V_B$

Il en résulte un champ électrique entre A et B (AB=x).

$$dV = -\vec{E}.d\vec{l} \Rightarrow E = \frac{V_0}{x} = cst$$

L' électron est soumis à une force électrique donc il y a émission

$$\vec{F} = -e\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E} = cst$$

L'électron décrit donc un mouvement rectiligne uniformément accéléré

$$E_{T_A} = E_{T_B} = E_{C_A} + qV_A = E_{C_B} + qV_B \Rightarrow E_{C_A} = q(V_B - V_A) = -e(V_B - V_A) = eV_0$$

$$W = \Delta E_C = -\Delta E_p = e\Delta V \succ 0 \Rightarrow E_C \nearrow$$

Donc la vitesse augmente

Exercice 4.1(A)

A) Déplacement des électrons dans le vide: Dans un tube à vide se trouve deux plaques parallèles A et B, soumises à une différence de potentiel positif $V_A - V_B = V_0$. On considère que les électrons quittent la plaque B par effet thermoélectrique avec une vitesse supposée nulle.

1) Quelle est la nature du mouvement des électrons.

$$dV = -\vec{E}.d\vec{l} \Rightarrow \boxed{E = \frac{V_0}{L} = cst}$$

$$\vec{F} = -e\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E} = cst}$$

$$W = \Delta E_C = -\Delta E_p = e\Delta V \succ 0 \Rightarrow \Delta E_C \nearrow$$

$\Rightarrow$ L'électron décrit donc un mouvement rectiligne uniformément accéléré

2) Donner l'énergie cinétique des électrons lorsqu'ils atteignent A.

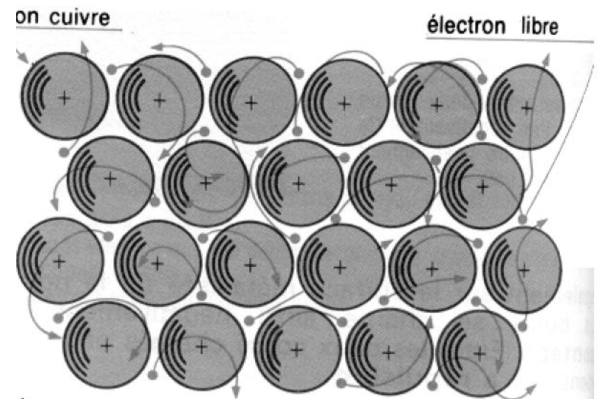
$$E_{T_A} = E_{T_B} = E_{C_A} + qV_A = E_{C_B} + qV_B \Rightarrow \boxed{E_{C_A} = q\left(V_B - V_A\right) = -e\left(V_B - V_A\right) = eV_0}$$

-Mouvement des électrons dans un conducteur.

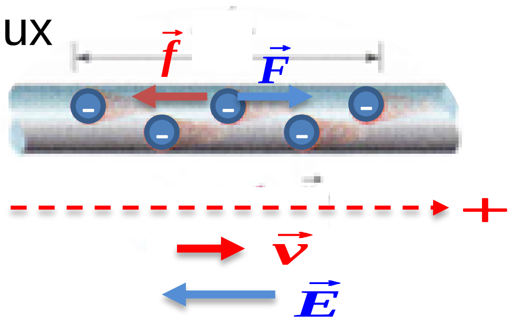
Exercice 4.1(B)

Dans un métal, en absence de champ électrique, les électrons libres se déplacent dans toutes les directions et **statistiquement leur vitesse moyenne est nulle**.

En présence du champ électrique, il y a un mouvement d'entrainement des charges qui se crée et en résulte un courant électrique.



Les électrons libres subissent des collisions multiples avec les atome du cristal. Du point de vue macroscopique, ces collisions sont représentées par une force de frottement visqueux



$$\vec{f} = -k\vec{v} \qquad \vec{F} = -e\vec{E}$$

$$\left|\vec{f}\right| = kv \qquad \left|\vec{F}\right| = eE$$

$$R.F.D \qquad \vec{F} + \vec{f} = m\vec{a}$$

Sa projection suivant le sens du mouvement donne: $\left|F\right| - \left|f\right| = m\left|a\right| = m\dfrac{dv}{dt}$

$$\Downarrow$$

$$m\frac{dv}{dt} + kv = eE \quad \Leftarrow \quad eE - kv = m\frac{dv}{dt}$$

La résolution de cette équation est: $$m\frac{dv}{dt}+(kv-eE)=0$$

On fait le changement de variable suivant

$$X=(kv-eE)\Rightarrow dX=kdv\Rightarrow\frac{m}{k}\frac{dX}{dt}+X=0$$

En faisant une séparation des variables on obtient

$$\frac{dX}{X}=-\frac{k}{m}dt$$

L'intégration de cette équation donne :

$$\ln X=-\frac{k}{m}t+Cte \qquad X=exp(-\frac{k}{m}t+Cte)=A\exp(-\frac{k}{m}t)$$

En remplaçant X par son expression on a:

$$kv-eE=A\exp(-\frac{k}{m}t)\Rightarrow v(t)=\frac{A}{k}\exp(-\frac{k}{m}t)+\frac{eE}{k}$$

et en utilisant la condition v(0)=0

$$A=-eE\Rightarrow v(t)=\frac{eE}{k}\left(1-e^{-\frac{k}{m}(t)}\right)$$

Qui s'écrit sous la forme: $$v(t)=v_l\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\quad avec: v_l=\frac{eE}{k}\ et\quad \tau=\frac{m}{k}$$

$$\vec{F}+\vec{f}=m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad Pour \quad a=0 \Rightarrow v=v_L=\frac{e}{k}E=\mu E$$

$$eE-kv=ma=m\frac{dv}{dt} \quad \Rightarrow \quad m\frac{dv}{dt}+kv=eE \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{dv}{dt}+\frac{v}{m/k}=\frac{eE}{m}}$$

$$\frac{dv}{dt}+\frac{v}{\tau}=\frac{eE}{m} : avec \quad \tau=\frac{m}{k} \quad et \quad v_L=\frac{eE}{k}$$

On aboutit donc à une équation différentielle du premier ordre avec second membre, admet **pour solutions**:

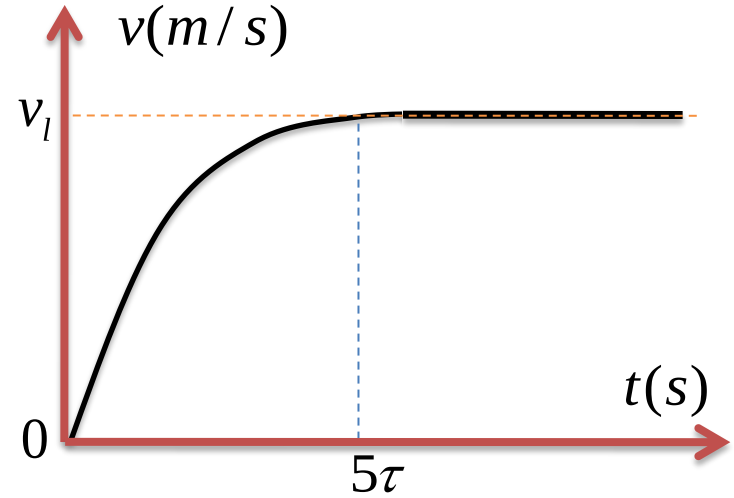
Première solution, particulière(a=0) : $v_1(t)=v_L=\frac{eE}{k}$

Deuxième solution, sans second membre: $\frac{dv}{dt}+\frac{v}{\tau}=0 \Rightarrow v_2(t)=Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

Solution générale: $v_1(t)+v_2(t)$ $\quad v(t)=Ae^{-\frac{t}{\tau}}+v_L \Rightarrow \boxed{v(t)=v_L\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$

Condition aux limite, à t=0, v(0)=0: $0=A+v_L \Rightarrow A=-v_L$

Le graphe donnant l'évolution de la vitesse en fonction du temps montre deux caractéristiques



$$v_1(t) = \frac{eE}{k}$$: vitesse limite des électrons

$$v_2(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$: régime transitoire

$$\tau = \frac{m}{k}$$:constante de temps.

5τ : est le temps au bout duquel est atteinte pratiquement cette vitesse limite.

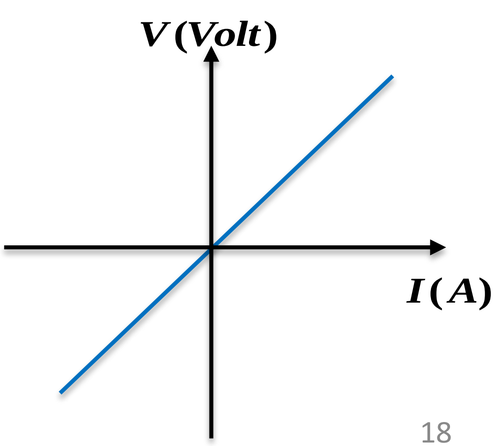
Loi d'OHM.

L'existence de la force de frottement se traduit par un dégagement de chaleur. La loi d'Ohm est une loi expérimentale qui relie la tension V au courant I.

Enoncé:

Pour un conducteur métallique, le rapport entre V et I est constant. Cette constante est appelée résistance électrique et est notée : R

$$V = RI$$



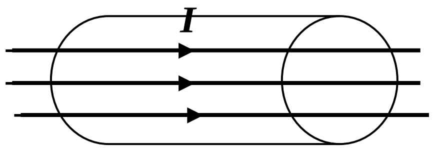
Exercice 4.1

B)Déplacement des électrons dans un milieu conducteur : Lois d'Ohm et de Joule

I) On considère un conducteur homogène de forme cylindrique et de section S. soumet les deux extrémités A et B du cylindre à une d.d.p. V_0. On constate que le conducteur est traversé par un courant électrique d'intensité I donnée par: $I = \frac{V_0}{R}$ où R est une constante caractéristique du conducteur appelée résistance.

1) Représenter les lignes de courant et montrer que le vecteur densité de courant $\vec{j}$ est constant

Ligne de courant: C'est la trajectoire orientées décrites par les charges positives en mouvement, dirigée du potentiel le plus élevé vers le plus bas. L'homogénéité du cylindre implique que ces lignes sont droite et parallèles à l'axe du cylindre.



$$j = \frac{I}{S},\ I = C^{te}\ et\ S = C^{te} \Rightarrow j = C^{te}$$

2)Etablir la relation qui lie le vecteur densité de courant $\vec{j}$ au vecteur champ $\vec{E}$.

La loi d'OHM V=RI peut s'écrire: $\Rightarrow$ $EL = RjS \Rightarrow j = \frac{L}{RS} E = \gamma E \Rightarrow \vec{j} \,//\, \vec{E}$

$$\boxed{\vec{j} = \gamma \vec{E}}$$

3) En déduire le vecteur vitesse de dérive $\vec{v}$ des électrons dans le conducteur.

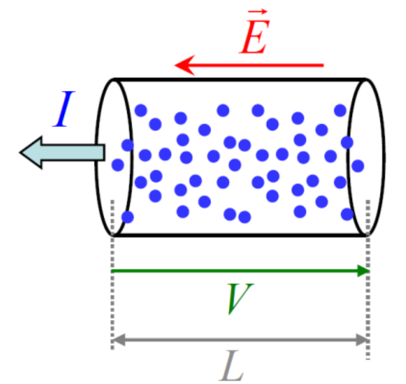
$$\vec{j} = -ne\vec{v} = \gamma\vec{E} \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = -\left(\frac{\gamma}{ne}\right)\vec{E} = -\left(\frac{L}{RSne}\right)\vec{E}$$

Comme E est constants, donc j et constant.

La vitesse est **constante** dans un conducteur alors qu'elle augmente **uniformément dans le vide**.

Notion de conductivité, résistivité et mobilité

Soit un conducteur cylindrique de longueur L parcouru par un courant I et soumis à une d.d.p V à ses bornes.



D'un point de vue microscopique:

$$j = \gamma E = nev = ne\left(\frac{eE}{k}\right) = \frac{ne^2}{k}E \quad \Rightarrow \quad \boxed{\gamma = \frac{ne^2}{k}}$$

D'un point de vue macroscopique:

$$\left.\begin{array}{l} j = \gamma E = \dfrac{I}{S} \\ V = RI = EL \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \gamma\frac{RI}{L} = \frac{I}{S} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\gamma = \frac{L}{RS}}$$

Conductivité : γ (Ω^{-1} m^{-1})

Résistivité: ρ (Ω m):

$$\rho = \frac{1}{\gamma} = \frac{RS}{L} \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = \frac{\rho L}{S}}$$

Mobilité : μ (m^2 / V.s): $$v = \mu E = \frac{eE}{k} \Rightarrow \boxed{\mu = \frac{e}{k}}$$

Cuivre : $\rho = 1,7\,10^{-8}\,\Omega m$ **Fer :** $\rho = 10^{-7}\,\Omega m$

Carbone : $\rho = 3,5\,10^{-5}\,\Omega m$ **Verre :** $\rho = 10^{12}\,\Omega m$

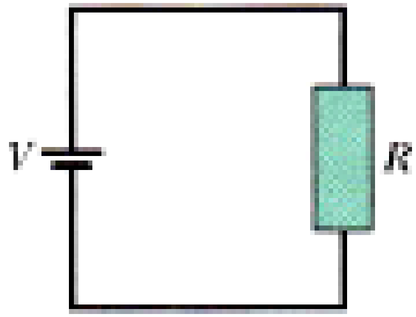
Material	Resistivity, ρ ($\Omega \cdot$ m)	Temperature Coefficient of Resistivity, α (K^{-1})
	Typical Metals	
Silver	1.62×10^{-8}	4.1×10^{-3}
Copper	1.69×10^{-8}	4.3×10^{-3}
Gold	2.35×10^{-8}	4.0×10^{-3}
Aluminum	2.75×10^{-8}	4.4×10^{-3}
Manganin[a]	4.82×10^{-8}	0.002×10^{-3}
Tungsten	5.25×10^{-8}	4.5×10^{-3}
Iron	9.68×10^{-8}	6.5×10^{-3}
Platinum	10.6×10^{-8}	3.9×10^{-3}
	Typical Semiconductors	
Silicon, pure	2.5×10^{3}	-70×10^{-3}
Silicon, *n*-type[b]	8.7×10^{-4}	
Silicon, *p*-type[c]	2.8×10^{-3}	
	Typical Insulators	
Glass	$10^{10} - 10^{14}$	
Fused quartz	$\sim 10^{16}$	

[a] An alloy specifically designed to have a small value of α.
[b] Pure silicon doped with phosphorus impurities to a charge carrier density of $10^{23}\ m^{-3}$.
[c] Pure silicon doped with aluminum impurities to a charge carrier density of $10^{23}\ m^{-3}$.

Loi de JOUL.

$$W = \Delta E_C = -\Delta E_P = -\Delta(qV) \Rightarrow W = QV$$

Lorsqu'un conducteur parcouru par un courant I, il se dégage de la chaleur.



Si Q est la quantité de charge qui le traverse, le travail est :

$$W = QV$$

Le passage du courant I pendant un temps t équivaut à une charge :

$$Q = It$$

Si on appelle R la résistance de ce conducteur et en utilisant la loi d'Ohm on a alors:

$$V = RI$$

Cette énergie se retrouve sous forme de chaleur (effet Joule):

$$W = (It)(RI) = RI^2t$$

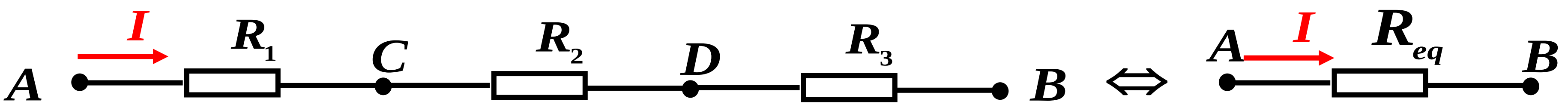
La puissance correspondante est donc:

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

Association de résistances

En série.



$$\left(V_A - V_B\right) = \left(V_A - V_C\right) + \left(V_C - V_D\right) + \left(V_D - V_B\right)$$

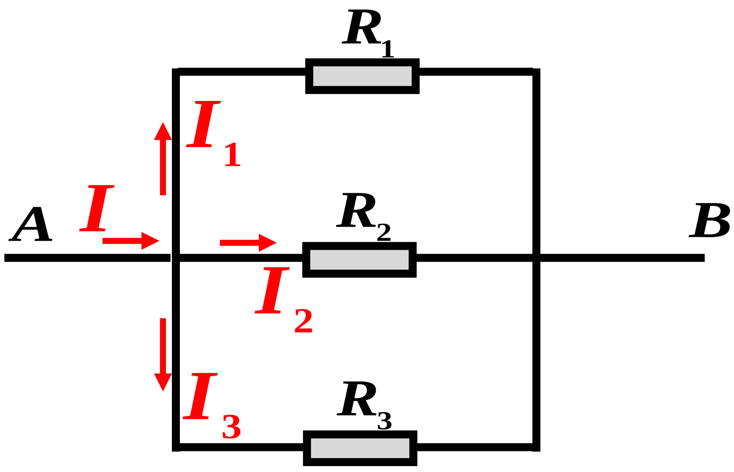
$$= R_1 I \quad + R_2 I \quad + R_3 I$$

$$\left(V_A - V_B\right) = \left(R_1 + R_2 + R_3\right) I \qquad \left(V_A - V_B\right) = R_{eq} I$$

$$\boxed{R_{eq} = \sum_{i=1}^{i=n} R_i}$$

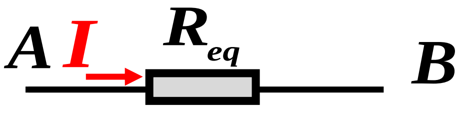
En parallèle.

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

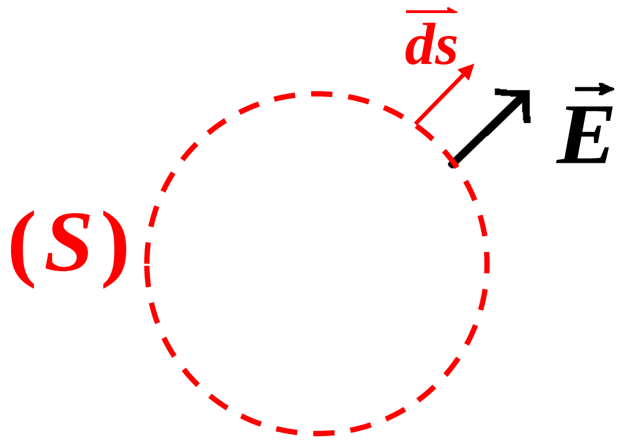


$$\frac{V_A - V_B}{R_{eq}} = \frac{V_A - V_B}{R_1} + \frac{V_A - V_B}{R_2} + \frac{V_A - V_B}{R_3}$$

$\Updownarrow$



$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{R_i}}$$



$$E = \alpha r^n : \quad radial\ et\ const\ sur\ (S)$$

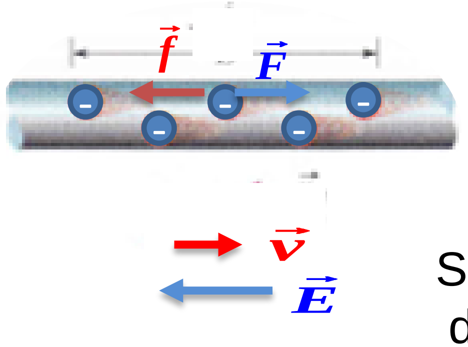
$$\Phi = \iint \vec{E}.d\vec{S}$$

$$\Rightarrow \Phi = \iint E.dS = E\iint dS = ES = E4\pi r^2$$

$$\vec{E} // d\vec{S}$$

II) Lors de leur déplacement dans un conducteur; les électrons , de vitesse $\vec{v}$ sont soumis à une force de frottement de type visqueux $\vec{f} = -k\vec{v}$ où k représente une constante caractéristique du matériau conducteur

1) Etablir l'équation différentielle du mouvement des électrons soumis à la force électrique et la force de frottement.



$$\vec{f} = -k\vec{v}$$

R.F.D $\quad \vec{F} + \vec{f} = m\vec{a} \Rightarrow -e\vec{E} - k\vec{v} = m\vec{a}$

Sa projection suivant le sens du mouvement donne:

$$eE - kv = ma = m\frac{dv}{dt}$$

On aboutit donc à une équation différentielle du premier ordre avec second membre

$$\boxed{m\frac{dv}{dt} + kv = eE}$$

2) Vérifier que la fonction: $v(t) = v_L[1 - \exp(-t/\tau)]$ est solution de l'équation précédente.

On aboutit donc à une équation différentielle du premier ordre avec second membre, admet **pour solutions**:

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \frac{eE}{m}$$

Avec: $\tau = \dfrac{m}{k}$ et $v_L = \dfrac{eE}{k}$

Première solution, particulière(a=0) : $v_L = \frac{eE}{k}$

Deuxième solution, sans second membre: $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = 0 \Rightarrow v_2(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

Solution générale: $v_1(t)+v_2(t)$ $v(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + v_L$ $\Rightarrow \boxed{v(t) = v_L\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$

Condition aux limite, à t=0, v(0)=0: $0 = A + v_L \Rightarrow A = -v_L$

3) Déterminer le travail de la force de frottement lorsque l'électron se déplace de B à A. Sous quelle forme d'énergie se retrouve-t-il?

$$W\left(\vec{f}\right)_A^B = \int_A^B \vec{f}\,\vec{dl} = \int_A^B -kvdx = kv_l\left(x_A - x_B\right) = -eEL$$

$$\left.\begin{array}{l} V = EL = RI \\ QRI = ItRI = RI^2t \\ Q = -e \end{array}\right\} \Rightarrow W_{\vec{f}} = -eEL = RI^2t$$

donc ce travail se trouve sous forme de chaleur(effet Joule).