

# Chapitre VI

## LES COURANTS ALTERNATIFS

Après avoir traité les circuits en régime continu, nous abordons maintenant, l'étude des circuits alimentés par des tensions alternatives sinusoïdales



**Par A.DIB**

# I-LES COURANTS ALTERNATIFS.

## 1. Définitions.

Un courant est alternatif s'il change de sens au cours du temps  $t$  ; en outre, il est périodique si son intensité  $i$  reprend la même valeur à des intervalles de temps égaux à  $T$ . On a alors :

$$i = f(t) = f(t + nt) \quad (1)$$

$n$  est un nombre entier.  $T$  est la période et son inverse  $f$  est la fréquence :

$$f = \frac{1}{T} \quad (2)$$

La période est mesurée en secondes et la fréquence en hertz (Hz).

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (3)$$

## 2. Les courants sinusoïdaux..

Un courant alternatif est sinusoïdal, lorsque son intensité est une fonction sinusoïdale du temps :

$$i = I_M \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{ou} \quad i = I_M \cos(\omega t + \varphi)$$

- $i$**  est la valeur instantanée du courant,
- $I_M$**  sa valeur maximale ou amplitude,
- $\omega$**  la pulsation ou fréquence angulaire et
- $\varphi$**  la phase :

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (3)$$

### Intensité efficace.

La valeur efficace d'un courant alternatif est définie comme la racine carrée de la moyenne du carré de l'intensité calculée sur une période. Elle s'écrit:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} \quad (4)$$

Dans le cas d'un courant alternatif sinusoïdal, on obtient:

$$I = \frac{I_M}{\sqrt{2}}$$

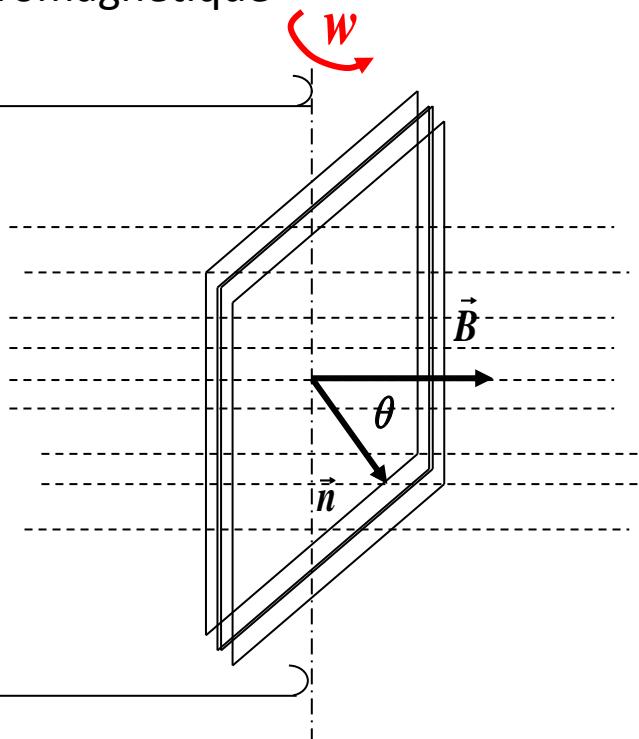
La valeur instantanée d'un tel courant s'écrit alors :

$$i = I\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) \quad (5)$$

Le courant efficace  $I$  équivaut à un courant continu qui dissiperait la même puissance dans une même résistance

### 3. Production des courants sinusoïdaux.

Selon l'application à laquelle ils sont destinés, les courants sinusoïdaux peuvent être produits de plusieurs manières. Lorsque la puissance consommée par la charge est importante, on utilise des générateurs dont le principe, décrit ci-dessous, fait appel aux lois de l'induction électromagnétique



Le principe de production de tensions sinusoïdales monophasées a été étudié. Soit une bobine à  $N$  spires tournant, autour de l'axe  $z'z$  à la vitesse angulaire constante  $\omega$ , dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  perpendiculaire à  $z'z$ .

Nous avons trouvé que la f.e.m. induite dans la bobine est :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega \Phi_M \sin(\omega t) = E_M \sin(\omega t)$$

Il en résulte, aux bornes de la bobine une différence de potentiel, ou tension sinusoïdale  $u(t)$  de pulsation  $\omega$

On obtient le même résultat si le cadre est fixe et si le champ tourne à la vitesse angulaire  $\omega$ . C'est le principe de l'alternateur monophasé

On choisit une origine des phases qui permet d'écrire :

$$u(t) = u_m \cos(\omega t) \quad \text{ou} \quad u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t)$$

$U$  est la valeur efficace de la tension  $u(t)$

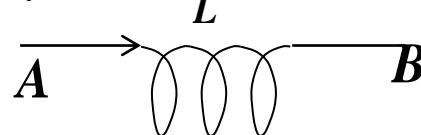
Lorsque le générateur est relié à une charge, il débite en régime permanent, un courant sinusoïdal de même pulsation  $\omega$  et déphasé d'un angle  $\varphi$  par rapport à  $u(t)$ .

## II-LOIS D'OHM EN COURANT ALTERNATIF SINUSOIDAL

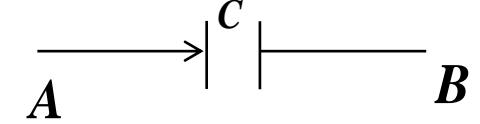
Les lois d'Ohm s'appliquent au courant alternatif sinusoïdal. Elles s'expriment, à chaque instant, dans le cas d'éléments simples, comme suit :



$$u_A - u_B = RI$$

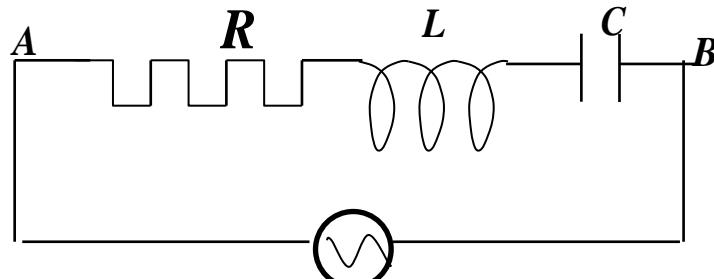


$$u_A - u_B = L \frac{di}{dt}$$



$$u_A - u_B = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int idt$$

La mise en série des trois éléments R, L et C est représentée par le circuit de la figure ci-dessous:



On applique, aux bornes de A et B du circuit une tension :  $u(t) = u_m \cos(\omega t)$

on a : 
$$u(t) = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt \quad (6)$$

C'est l'équation de l'oscillateur électrique amorti en régime forcé sinusoïdal<sup>4</sup>. La solution générale de cette équation est la somme de la solution de l'équation sans second membre et d'une solution particulière de l'équation avec second membre. La première n'intervient que durant le régime transitoire, la seconde:

$$i = I_m \cos(\omega t + \varphi) \quad (7)$$

constitue la solution du régime permanent.

$\varphi$  est le déphasage du courant par rapport à la tension.

Il s'agit à présent de déterminer la valeur maximale  $I_m$  (ou la valeur efficace I) du courant et son déphasage  $\varphi$  à partir de la tension :

$$u(t) = U_m \cos(\omega t) \quad (8)$$

Nous allons pour cela, utiliser deux méthodes

- une méthode symbolique : la " notation complexe "
- une méthode vectorielle : la " représentation de Fresnel "

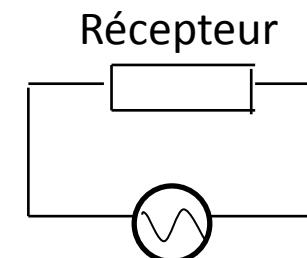
## 1. La notation complexe.

Un récepteur, soumis à une tension alternative sinusoïdale de la forme

$$u(t) = U_M \cos(\omega t)$$

est parcouru par un courant  $i(t)$  déphasé de  $\varphi$  par rapport à la tension :

$$i(t) = I_M \cos(\omega t + \varphi)$$



$i(t)$  et  $u(t)$  étant des grandeurs sinusoïdales, elles peuvent être considérées comme les parties réelles des fonctions complexes suivantes :

$$\bar{u}(t) = U_M \exp(j\omega t) \quad \text{et} \quad \bar{i}(t) = I_M \exp[j(\omega t + \varphi)]$$

ou

$$\bar{u}(t) = \bar{U}_M \exp(j\omega t) \quad \text{et} \quad \bar{i}(t) = \bar{I}_M \exp(j\omega t) \quad (9)$$

avec,  $j^2 = -1$

$\bar{U}_M$  et  $\bar{I}_M$  sont respectivement les amplitudes complexes de la tension et du courant

$$\bar{U}_M = U_M \exp(j0) \quad \bar{I}_M = I_M \exp(j\varphi)$$

En considérant les valeurs efficaces, on obtient :

$$\bar{U} = U \exp(j0) \quad \bar{I} = I \exp(j\varphi) \quad (10)$$

Ces expressions contiennent les valeurs efficaces  $U$  et  $I$  de  $u(t)$  et  $i(t)$  et leurs déphasages 0 et  $\varphi$  par rapport à une origine des phases

Considérons le circuit R, L, C de la figure; il est régi par l'équation (6) :

$$u(t) = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

En remplaçant  $u(t)$  et  $i(t)$  par leurs expressions en (9), il vient:

$$U \sqrt{2} \exp(j\omega t) = \left[ R + jL\omega - \frac{j}{C\omega} \right] I \sqrt{2} \exp(j\omega t) (j\varphi)$$

Soit en introduisant les valeurs complexes de la tension et du courant :

$$\bar{U} = \left[ R + jL\omega - \frac{j}{C\omega} \right] \bar{I} \quad (11)$$

La notation complexe a permis de transformer une équation intégro-différentielle en une équation algébrique linéaire .

## Impédance complexe.

L'équation (11) peut être présentée sous la forme :  $\bar{U} = \bar{Z} \bar{I}$  (12)

$Z$  est, par définition, l'impédance complexe du circuit électrique. L'équation (12) est l'expression de la loi d'Ohm en notation complexe.

A partir de (10) et (12), on a :

$$\bar{Z} = \frac{U}{I} \exp(-j\varphi) = Z \exp(-j\varphi)$$

Le module de l'impédance complexe  $Z = |\bar{Z}|$  (13)

est l'impédance du circuit considéré et  $\varphi$  le déphasage, entre le courant et la tension, introduit par l'impédance  $Z$ .

L'impédance complexe d'un circuit électrique s'écrit, sous forme cartésienne:

$$\bar{Z} = R + jX \quad (14)$$

où  $R$  est sa résistance et  $X$  sa réactance, ou bien sous forme polaire:

$$\bar{Z} = Z \exp(-j\varphi) \quad (15)$$

avec  $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$  et  $\varphi = -\arctg\left(\frac{X}{R}\right)$

L'inverse de l'impédance est appelé admittance et est noté  $\bar{Y}$ .

Résistance :

$$\bar{Z} = R \quad \Rightarrow \quad \bar{Z} = R \exp(j0) \quad \Rightarrow \quad Z = R \quad \text{et} \quad \varphi = 0 \quad (16)$$

Self pure :

$$\bar{Z} = jL\omega \quad \Rightarrow \quad \bar{Z} = L\omega \exp\left(j\frac{\pi}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad Z = L\omega \quad \text{et} \quad \varphi = -\frac{\pi}{2} \quad (17)$$

Condensateur pur :

$$\bar{Z} = -j\frac{1}{C\omega} \quad \Rightarrow \quad \bar{Z} = \frac{1}{C\omega} \exp\left(-j\frac{\pi}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad Z = \frac{1}{C\omega} \quad \text{et} \quad \varphi = \frac{\pi}{2} \quad (18)$$

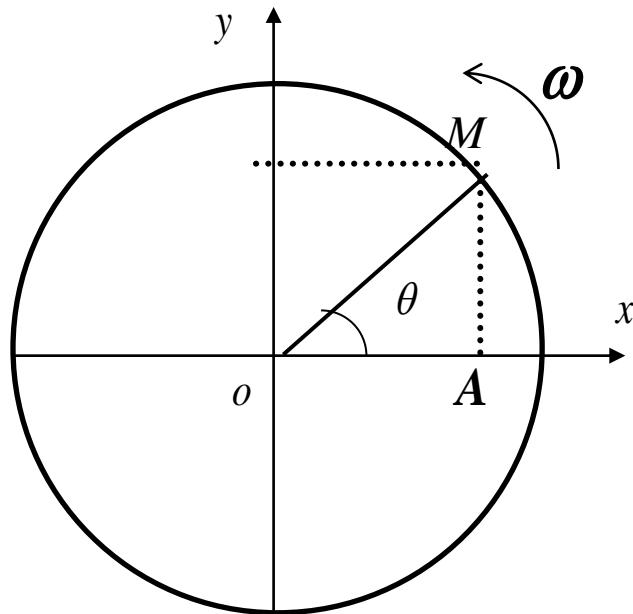
N.B : Ces valeurs de  $\varphi$  portées dans les expressions (10), montrent que le courant est :

- en phase avec la tension dans le cas d'une résistance R,
- en retard de  $\pi/2$  sur la tension dans le cas d'un self
- et en avance de  $\pi/2$  dans le cas d'une capacité.

## 2. La représentation de Fresnel.

### Principe de la méthode de Fresnel

La méthode de Fresnel permet d'effectuer la somme de deux ou plusieurs grandeurs sinusoïdales de même pulsation  $\omega$ . Son principe est le suivant :



Considérons un vecteur  $\overrightarrow{OM}$ , de module A, qui tourne autour d'un point fixe O à la vitesse constante  $\omega$ .

A l'instant  $t = 0$ , il fait un angle  $\varphi$  avec l'axe Ox .

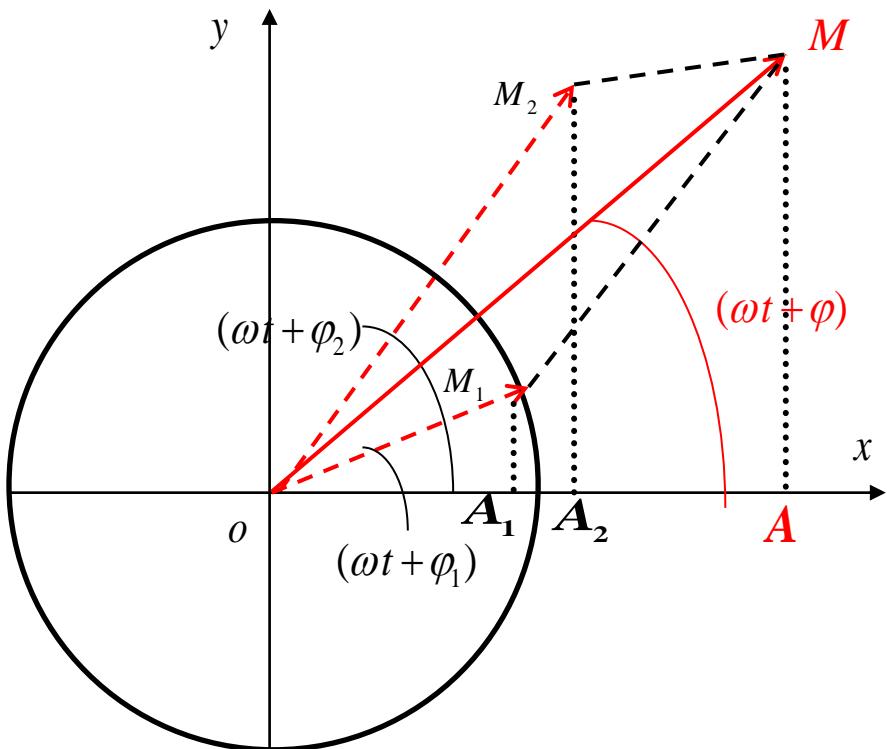
A l'instant  $t$ , il fait un angle  $(\omega t + \varphi)$  avec l'axe Ox .  
La projection OA de ce vecteur sur Ox est :

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Ainsi, lorsque le vecteur  $\overrightarrow{OM}$  tourne autour de O, sa projection x sur l'axe effectue un **mouvement vibratoire sinusoïdal** d'élongation

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

## Composition de deux vibrations sinusoïdales.



Considérons deux mouvements vibratoires parallèles de même fréquence angulaire  $\omega$  :

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

A un instant  $t$ , ces vibrations peuvent être représentées respectivement, par les vecteurs .  
 $\overrightarrow{OA_1}$  et  $\overrightarrow{OA_2}$

Ces derniers représentent les projections sur ox des vecteurs  $\overrightarrow{OM_1}$  et  $\overrightarrow{OM_2}$  tournant à la même vitesse  $\omega$  .

On sait que la projection sur un axe de la somme de plusieurs vecteurs a comme valeur, la somme algébrique des projections de ces vecteurs sur cet axe, soit :

$$x = x_1 + x_2 \quad (19)$$

où,  $x$  est la projection du vecteur :

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2} \quad (20)$$

OM est la diagonale du parallélogramme OM1MM2. Ce dernier tourne à la vitesse  $\omega$  sans se déformer. La figure montre une représentation de ces vecteurs à un instant t.

Ainsi, la construction de Fresnel permet de remplacer le calcul de la somme de plusieurs fonctions trigonométriques (équation 19) de même pulsation  $\omega$  par une construction géométrique (équation 20) plus simple.

### Règle de Fresnel.

Le vecteur de Fresnel associé à la somme de plusieurs vibrations, s'obtient en faisant la somme vectorielle des vecteurs de Fresnel associés à chacune des vibrations.

### Impédance et déphasage.

Dans la construction de Fresnel, le choix de l'origine des phases est arbitraire. De ce fait, on choisit la phase de l'intensité du courant comme origine et on écrit:

$$i(t) = I_M \cos(\omega t) \quad (21)$$

La d.d.p aux bornes d'un circuit parcouru par un tel courant devient alors :

$$u(t) = U_M \cos(\omega t + \varphi) \quad (22)$$

$\varphi$  représente le déphasage entre l'intensité du courant et la tension ; il peut être positif ou négatif.

## Circuit formé d'une résistance pure

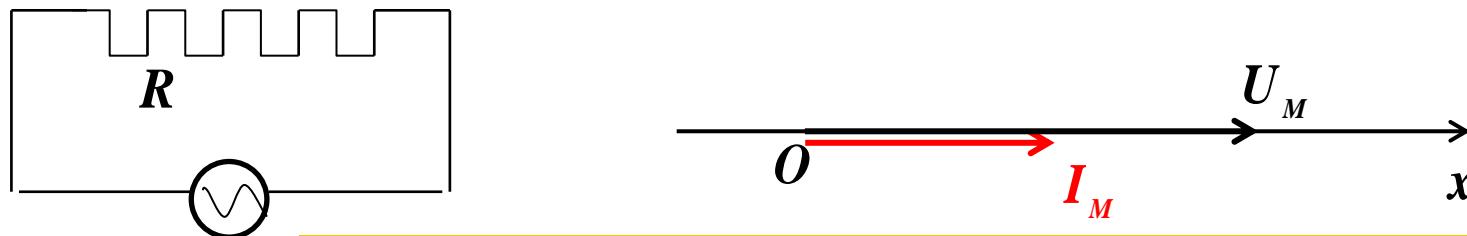
La d.d.p à ses bornes s'écrit d'après la loi d'Ohm :  $u(t) = R i(t)$

$$\text{Soit : } U_M \cos(\omega t + \varphi) = RI_M \cos(\omega t)$$

En identifiant les deux membres de cette équation (21), on obtient :

$$U_M = RI_M \text{ et } \varphi = 0 \quad (23)$$

L'impédance du circuit étudié est égale à sa résistance R.



Dans la représentation de Fresnel, le courant et la tension sont en phase

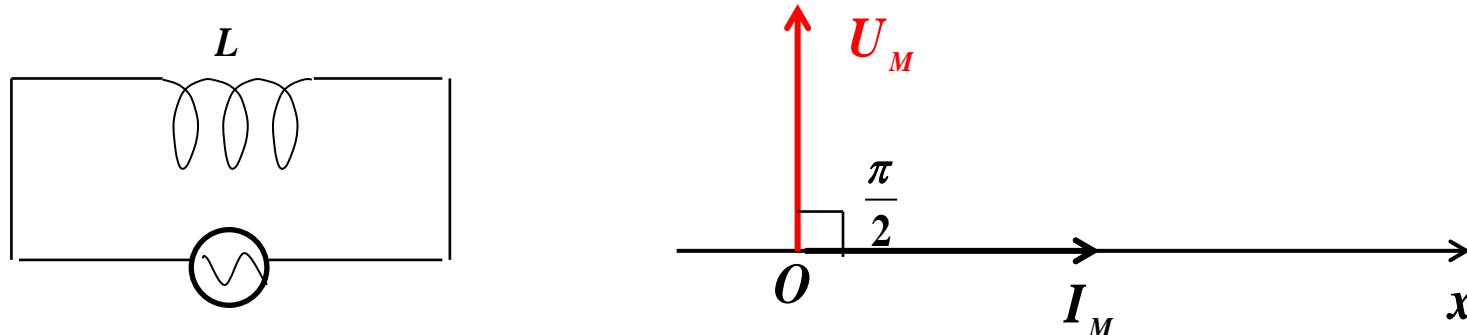
Circuit formé d'une self pure.

La bobine de self inductance L du circuit représenté sur la figure, est parcourue par un courant  $i(t) = I_M \cos(\omega t)$  : il en résulte une d.d.p aux bornes de la self :

$$u(t) = L \frac{di}{dt}$$

D'où,  $U_M \cos(\omega t + \varphi) = -L\omega I_M \sin \omega t = L\omega I_M \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

soit :  $U_M = L\omega I_M$  et  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  (24)



En considérant les valeurs efficaces, on obtient :  $U = L\omega I = ZI$  soit  $Z = L\omega$  (25)

$Z$  est l'impédance de la self

Dans la représentation de Fresnel (figure.), le courant dans la self est en retard de  $\pi / 2$  par rapport à la d.d.p à ses bornes ; (ou la d.d.p aux bornes de la self est en avance de  $\pi / 2$  sur le courant qui la parcourt).

Circuit formé d'un condensateur pur.

Le circuit, de la figure , est parcouru par un courant sinusoïdal d'intensité

$$i(t) = I_M \cos(\omega t)$$

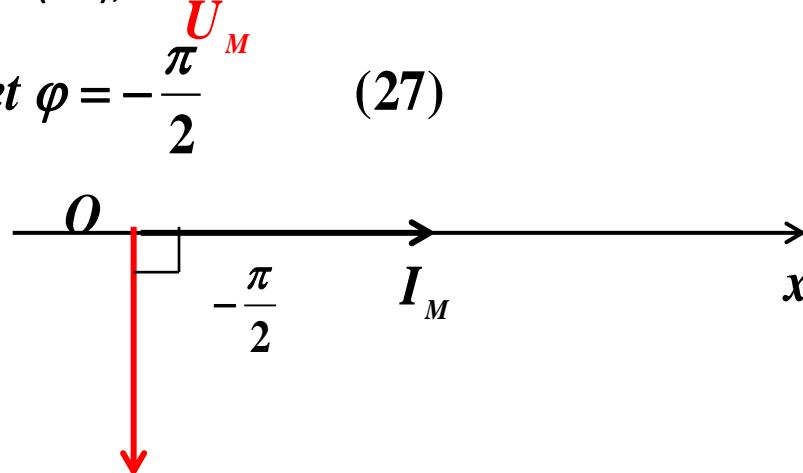
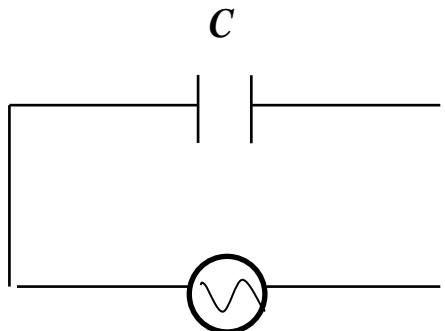
La d.d.p aux bornes du condensateur de capacité C est donnée par la loi d'Ohm :

$$u(t) = \frac{1}{C} \int i dt$$

D'où :  $U_M \cos(\omega t + \varphi) = \frac{I_M}{C \omega} \sin \omega t = \frac{I_M}{C \omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$  (26)

A partir de l'équation (26), on obtient :

$$U_M = \frac{I_M}{C \omega} \text{ et } \varphi = -\frac{\pi}{2}$$
 (27)



En considérant les valeurs efficaces, on a :

$$U = \frac{1}{C\omega} I = ZI \text{ soit } Z = \frac{1}{C\omega} \quad (28)$$

Z représente l'impédance du condensateur de capacité C

Dans le diagramme de Fresnel (Figure), la d.d.p aux bornes du condensateur est en retard de  $\pi/2$  sur le courant. Ou inversement, le courant présente une avance de  $\pi/2$  sur la d.d.p

N.B : Les signes des déphasages  $\varphi$  des expressions (24) et (27) ont changé par rapport à ceux des  $\varphi$  des expressions (17) et (18), l'origine des phases n'étant plus la même. Cependant quelque soit le choix de cette origine, le courant est toujours: - en phase avec la tension dans le cas d'une résistance R, - en retard de  $\pi/2$  sur la tension dans le cas d'une self - et en avance de  $\pi/2$  dans le cas d'une capacité

Etude du circuit R, L, C série.

Le circuit, de la figure , est parcouru par un courant sinusoïdal d'intensité

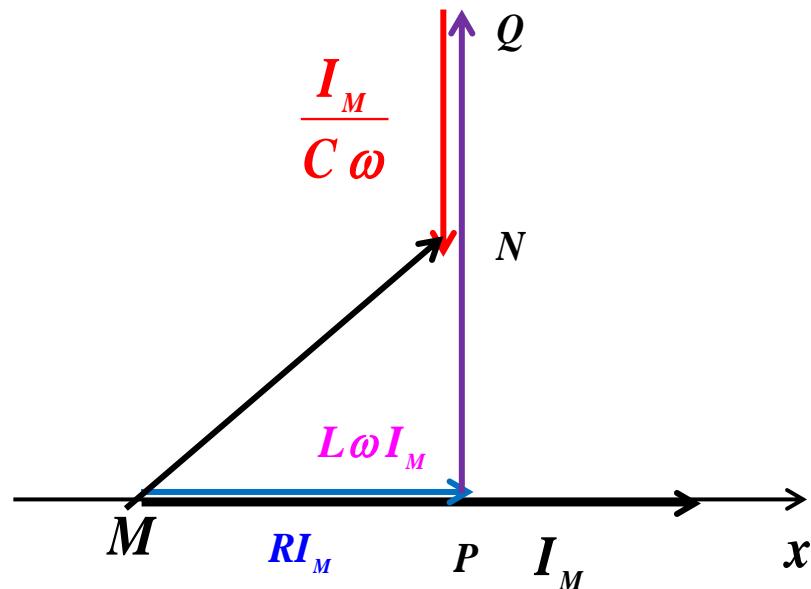
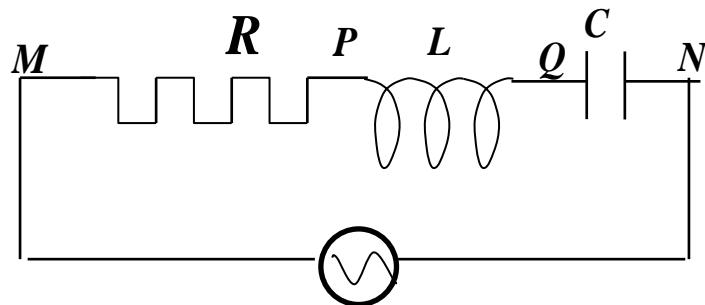
$$i(t) = I_M \cos(\omega t)$$

La d.d.p aux bornes du circuit est donnée par la loi d'Ohm :

$$u(t) = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

L'expression de  $u(t)$  devient :

$$u(t) = U_M \cos(\omega t) = RI_M \cos(\omega t) + L\omega I_M \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_M}{C\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (29)$$



En utilisant les résultats trouvés ci-dessus, on trace le diagramme de Fresnel (Figure ) correspondant à l'équation (29)

La d.d.p  $u(t)$  aux bornes du circuit est représentée par le vecteur  $\overrightarrow{MN}$ . Son module, qui représente la valeur maximale  $U_M$  de cette d.d.p, et le déphasage  $\varphi$  peuvent être calculés à partir du triangle MPN rectangle en P .

$$(U_M)^2 = R^2 \mathbf{I}_M^2 + \left[ (L\omega) - \frac{1}{C\omega} \right]^2 \mathbf{I}_M^2$$

$$U_M = \sqrt{R^2 + \left[ (L\omega) - \frac{1}{C\omega} \right]^2} \mathbf{I}_M \quad \text{tg}\varphi = \frac{1}{R} \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \quad (30)$$

Si on pose  $U_M = Z \mathbf{I}_M$

L'impédance du circuit s'écrit alors :  $Z = \sqrt{R^2 + \left[ (L\omega) - \frac{1}{C\omega} \right]^2}$  (31)

Remarques :

1°) Dans la méthode de Fresnel, les valeurs efficaces des grandeurs sinusoïdales, tension  $u(t)$ , courant  $i(t)$ , flux  $\phi(t)$ , etc. sont représentées par des vecteurs  $\bar{U}, \bar{I}, \bar{\Phi}$  ..etc.. On peut leur appliquer les règles de l'addition vectorielle. Par exemple, en ce qui concerne les courants, la loi des nœuds de Kirchhoff ( Méthode des trois ampèremètres).

2°) Certains auteurs écrivent la loi d'Ohm sous la forme :  $\bar{U} = Z \bar{I}$

$\bar{U}$  et  $\bar{I}$  sont des vecteurs mais  $Z$  est un opérateur : On multiplie  $\bar{I}$  par  $Z$  et on fait subir au vecteur ainsi obtenu une rotation d'un angle  $\varphi$  pour obtenir  $\bar{U}$ .

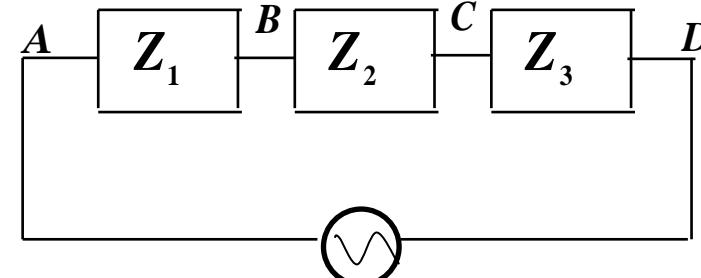
### III-ASSOCIATION DES IMPEDANCES.

Les lois, relatives aux associations des résistances en courants continus énoncées, restent valables en courants sinusoïdaux lorsqu'on utilise les impédances complexes.

#### 1. Impédances montées en série.

La figure ci-contre montre que :

$$\bar{U} = \bar{U}_{AD} = \bar{U}_{AB} + \bar{U}_{BC} + \bar{U}_{CD}$$



Toutes les impédances sont traversées par le même courant  $i$ .

$$\bar{U} = Z \bar{I} = Z_1 \bar{I} + Z_2 \bar{I} + Z_3 \bar{I}$$

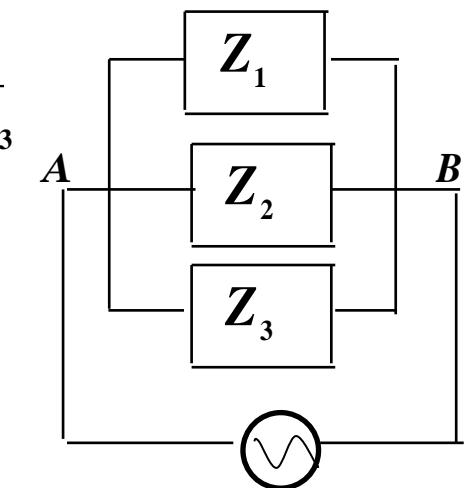
$$\bar{Z}_{eq} = \sum_{i=1}^n \bar{Z}_i \quad (32)$$

## 2. Impédances montées en parallèle.

La figure ci-contre montre que :  $\bar{U} = \bar{U}_{AB} = \bar{Z} \bar{I} = \bar{Z}_1 \bar{I}_1 = \bar{Z}_2 \bar{I}_2 = \bar{Z}_3 \bar{I}_3$

L'équation du nœud  $\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = \bar{U} \left[ \frac{1}{\bar{Z}_1} + \frac{1}{\bar{Z}_2} + \frac{1}{\bar{Z}_3} \right] = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}}$   
en A donne ;

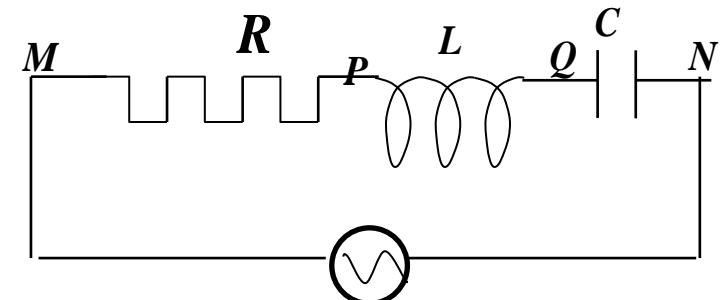
$$\frac{1}{\bar{Z}_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\bar{Z}_i} \quad (33)$$



## 3. Etude du circuit R, L, C série : Résonance..

Le circuit de la figure ci-contre constitué d'une résistance R, d'un condensateur C et d'une bobine de self inductance L montés en série, est alimenté par une tension sinusoïdale de la forme :  $u(t) = U_M \cos(\omega t)$

Les trois impédances :



$$\bar{Z}_1 = R, \quad \bar{Z}_2 = jL\omega, \quad \bar{Z}_3 = -\frac{j}{C\omega}$$

$$\bar{Z} = R + jL\omega - \frac{j}{C\omega}$$

soit

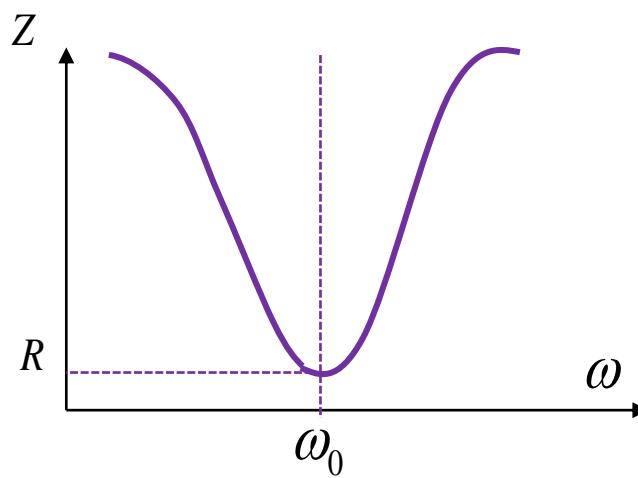
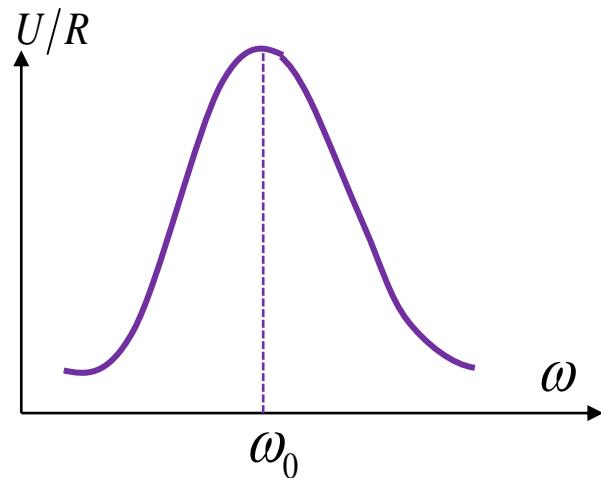
$$\bar{Z} = R + j \left[ L\omega - \frac{1}{C\omega} \right] \quad (34)$$

ou sous forme polaire

$$\bar{Z} = Ze^{j\varphi} \quad \text{avec} \quad Z \sqrt{R^2 + \left[ (L\omega) - \frac{1}{C\omega} \right]^2} \quad \text{et} \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{1}{R} \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \quad (35)$$

Où  $\varphi$  représente le déphasage entre la tension  $u(t)$  et le courant  $i(t)$ .

Il est intéressant d'étudier les variations de l'impédance  $Z$  ou celles de l'intensité efficace  $I = U/Z$  en fonction de la pulsation  $\omega$ .



Ces figures illustrent les évolutions de ces grandeurs en fonction de  $\omega$ .

A partir des graphes des figures, on note que :

$$\left[ L\omega - \frac{1}{C\omega} \right]^2 = 0 \Rightarrow LC\omega^2 = 1 \quad (36)$$

l'impédance Z est minimale et vaut R ;  
l'intensité I est maximale et vaut U/R

La pulsation a pour valeur:  $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  (37)

$\omega_0$  ne dépend que des caractéristiques L et C du circuit électrique qui constitue un oscillateur électrique. C'est la raison pour laquelle  $\omega_0$  est appelée pulsation propre de l'oscillateur et fo sa fréquence propre. Lorsque la fréquence de l'excitation  $u(t)$  se rapproche de la fréquence propre de l'oscillateur, ce dernier entre en résonance

A la résonance, plusieurs phénomènes sont observés, à savoir :

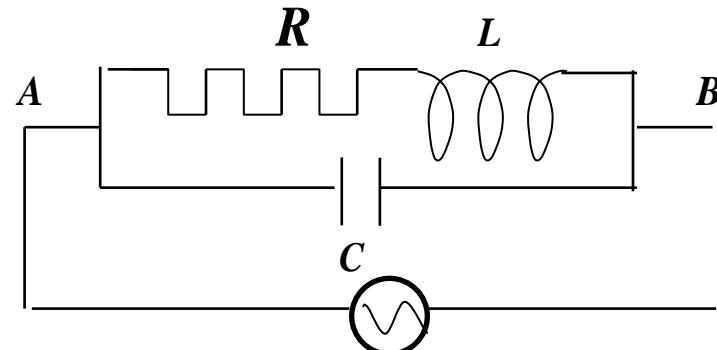
- Les tensions VL et Vc aux bornes de la bobine et du condensateur sont algébriquement opposées et la d.d.p aux bornes du circuit résulte uniquement de la présence de la résistance.
- Les tensions VL et Vc peuvent à la résonance, valoir plusieurs centaines de fois la tension appliquée : on dit alors qu'il y a un phénomène de surtension
- La formule (35) montre que le déphasage entre le courant et la tension d'excitation est nul.

#### 4. Bobine (R, L) et condensateur (C) en parallèle: Antirésonance.

On considère le circuit constitué d'une bobine de self inductance L de résistance R et d'un condensateur sans pertes, de capacité C montés comme le montre la figure.

L'impédance du circuit est :

$$\frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{R + jL\omega} + jC\omega \quad (38)$$



Afin de simplifier l'étude du circuit précédent, nous allons négliger la résistance R devant  $L\omega$ . Dans ce cas, l'impédance du circuit devient :

$$\bar{Z} = \frac{jL\omega}{R - LC\omega^2} \quad (39)$$

Z est une réactance pure et le circuit se comporte comme :

- Une self si  $\omega < \omega_0$
- Une capacité si  $\omega > \omega_0$

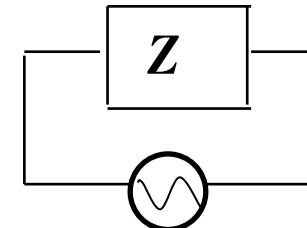
Lorsque  $\omega = \omega_0$ , l'impédance devient infinie et l'intensité du courant  $I = U/Z$  s'annule, d'où le nom de "circuit bouchon" donné à ce montage. Le phénomène ainsi observé est appelé "antirésonance".

Dans une construction de Fresnel, les courants qui circulent respectivement dans la self et le condensateur sont égaux et opposés : leur somme est nulle. Leurs intensités sont plus importantes que l'intensité totale du circuit : on dit alors qu'il y a un phénomène de surintensité.

## IV-PUISANCE ELECTRIQUE EN COURANT SINUSOÏDAL.

### 1. Valeur instantanée de la puissance électrique.

Soit une impédance  $Z$ , soumise à une tension électrique sinusoïdale  $u(t) = U\sqrt{2} \cos \omega t$  et par courue par un courant électrique d'intensité  $i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$



La puissance électrique instantanée fournie à Z s'écrit alors:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = 2U I \cos(\omega t) \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad (40)$$

$$\text{Soit : } p(t) = U I \cos(\varphi) + U I \cos(2\omega t + \varphi) \quad (41)$$

L'expression (41) montre que  $p(t)$  est la somme d'un terme constant et d'un terme variable à fréquence double de la fréquence de la tension d'excitation. La puissance varie au cours du temps.

## 2 . Valeur moyenne de la puissance électrique.

La valeur moyenne, sur une période, de la puissance :  $P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t)dt$  (42)

donne avec (41),  $P = \frac{1}{T} U I \cos(\varphi) \int_0^T dt + \frac{1}{T} U I \int_0^T \cos(2\omega t + \varphi) dt$  (43)

La valeur moyenne du second terme étant nulle, on a :  $P = U I \cos(\varphi)$  (44)

P correspond à la puissance électrique consommée par Z.

## 3. Puissance active.

Elle désigne la puissance effective liée à l'énergie électrique qui peut être convertie par le récepteur sous une autre forme d'énergie (mécanique, calorifique etc..). Elle est mesurée en watt (W) et son expression en courant sinusoïdal est donnée par l'équation (44), soit :

$$P = U I \cos(\varphi)$$

Le terme  $\cos \varphi$  est appelé "facteur de puissance" du récepteur. Il mesure l'efficacité d'un système à produire de la puissance active. Dans le cas

- d'une self ou d'un condensateur,  $\varphi = \pm \pi/2 \Rightarrow P = 0$

- d'une résistance  $\varphi = 0 \Rightarrow P = UI$

## 4. Puissance réactive.

Elle est liée, comme le montrent les exemples qui suivent, à l'énergie emmagasinée durant un quart de période, dans les selfs et les condensateurs du récepteur, puis entièrement restituée au réseau au cours de l'autre quart. C'est une énergie qui n'est donc pas consommée par la charge, elle est définie par :  $Q = U I \sin \varphi$  Elle est mesurée en Var (volt-ampère-réactif ).

Cette puissance est qualifiée ainsi parce que l'absorption et la restitution de l'énergie sont dues à la réaction d'une self ou d'un condensateur aux variations du courant.

Puissance réactive dans le cas d'une self pure : Dans ce cas à une tension  $u(t) = U_M \cos \omega t$  correspond un courant d'intensité  $i(t) = I_M \cos(\omega t - \pi/2)$

La puissance instantanée qui est fournie à la self s'écrit alors :  $P = U I \sin 2\omega t$

## 5. Puissance apparente.

# V-PUISANCE EN NOTATION COMPLEXE.

1. Valeur instantanée de la puissance électrique.

# VI-FACTEUR DE PUISSANCE.

# Courants triphasés