

Chapitre IV

MAGNETOSTATIQUE

Nous avons étudié, au premier chapitre, l'interaction électrique qui intervient entre deux corps électrisés. Nous allons considérer, à présent, une autre interaction, l'interaction magnétique, qui fait intervenir le champ magnétique. La magnétostatique est la partie du magnétisme qui ne fait intervenir que des phénomènes indépendants du temps.



Par A.DIB

I-Introduction

1. Propriétés des aimants.

Aimants=des solides en matériel ferromagnétique capable d'attire autres objets par la force magnétique.

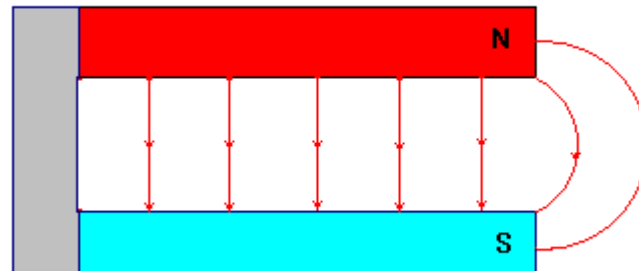
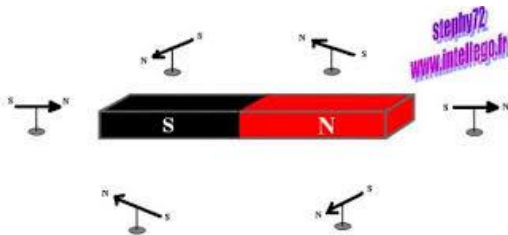
Aimants temporels-perdent ses propriétés magnétiques au cours du temps.

Aimants permanents-gardent ses propriétés magnétiques.

Un aimant contient toujours deux pôles : nord et sud.

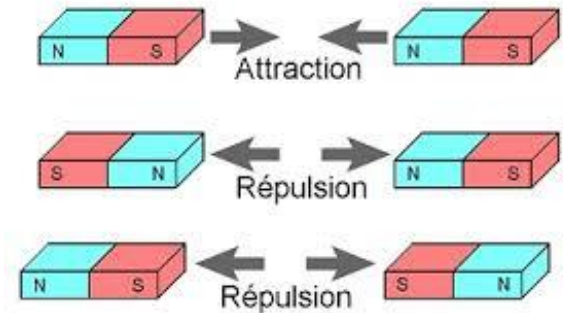
Il existe beaucoup de types d'aimants-différences géométriques.

Types: Barreau aimanté- Aimant en U- Aiguille aimantée



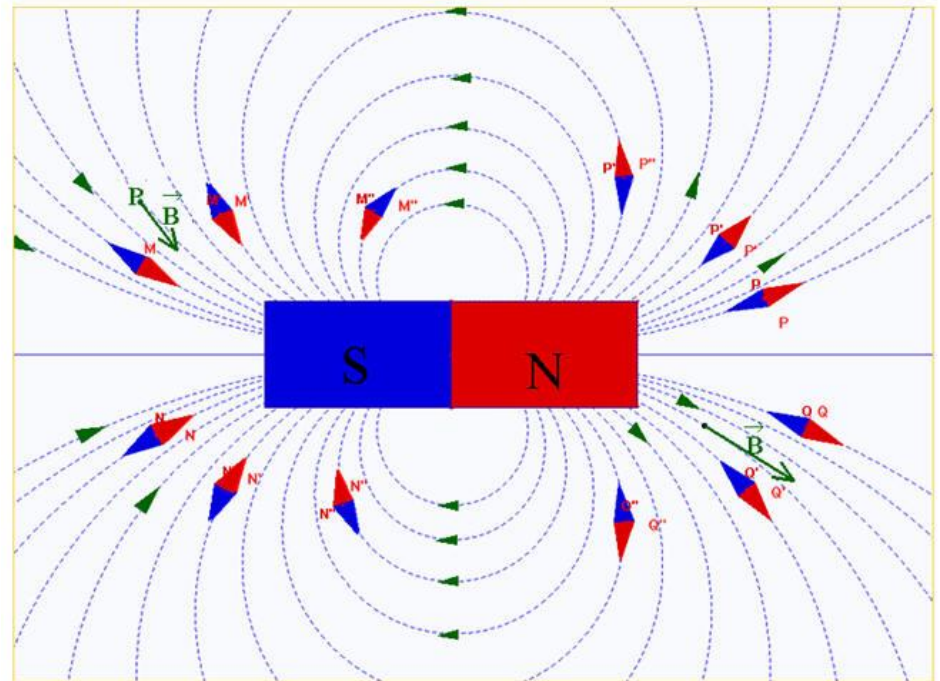
Attraction entre les pôles nord et sud.

Répulsion entre les mêmes pôles.



Une aiguille aimantée permet de mettre en évidence l'existence d'un champ magnétique dans une région de l'espace.

- Interaction entre aimants : 2 pôles de même nom se repoussent et 2 pôles de nom différent s'attirent



L'interaction magnétique est différente des deux autres elle n'affecte pas tous les corps, comme la gravitation sans rapport avec l'interaction électrique car les boules de liège, de papier ou la limaille ne sont pas attirées.

Propriétés remarquables.

Il est impossible de séparer les pôles d'un aimant (couper le barreaux).

Des aimants forment autour d'eux des champs magnétiques. Un fil parcouru par un courant électrique crée un champ magnétique.

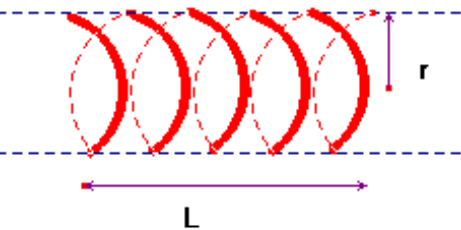
4. L'expérience d'Oersted et ses conséquences.

L'expérience d'Oersted(en 1820): mises en évidence des propriétés magnétiques du courant électrique par déviation de l'aiguille aimantée.



Expérience d'Oersted.mp4

- Analogie courant – aimant.
- Expérience d'Oersted : un conducteur parcouru par un courant engendre une interaction électromagnétique avec un aimant. Il crée dans tout l'espace environnant un champ magnétique.
- Faces d'une bobine :
 - Une bobine est constituée d'un enroulement de fil conducteur, recouvert d'un vernis isolant, sur un cylindre de rayon r .
 - On désigne par L la longueur de l'enroulement et par r le rayon d'une spire :

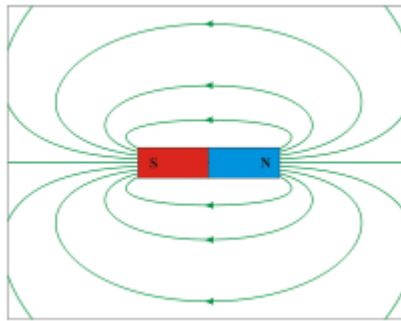


- Si L est petit devant r , **la bobine est plate**
- Si L est voisin de r la bobine est appelée : **solénoïde**
- Si L est plus grand que $10 r$, **le solénoïde est dit infini.**
- Une bobine parcourue par un courant se comporte comme un aimant, elle possède une face Nord et une face Sud.

3. Champ magnétique.

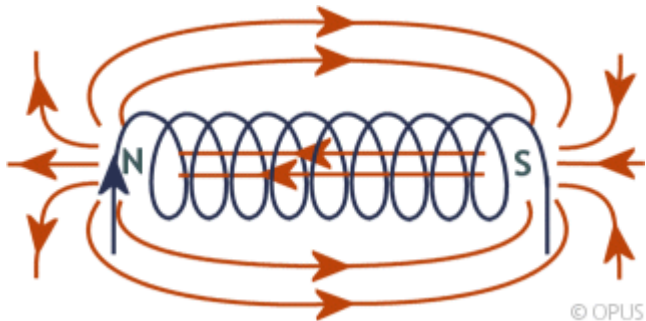
Caractéristiques:

- Vecteur induction magnétique (champ magnétique) **B (T)**.
- Les lignes de champ sont fermées .
- Lignes de champ-forment **le spectre magnétique**.



Au dehors : du nord vers le sud

Dedans : du sud vers le nord

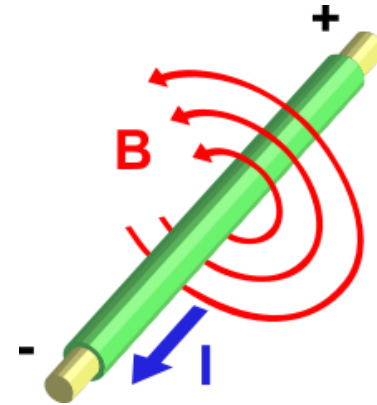


Valeur du champ magnétique est en tesla et elle est mesurée par les teslamètres.

II-Force magnétique s'exerçant sur une charge en mouvement.

-Ampair à confirmé que les courants peuvent exercés de forces sur d'autre courants.

1- Force de Lorentz :



Un porteur de charge électrique q , en mouvement avec une vitesse \vec{v} dans une région de l'espace où règne un champ magnétique \vec{B} , est soumis à une force magnétique donnée par la relation vectorielle :

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Cette relation fait intervenir un produit vectoriel, elle permet de déduire les caractéristiques de la force \mathbf{F} à partir de celles de \mathbf{v} et \mathbf{B}

- Point d' application : la particule considérée comme ponctuelle
- Direction : perpendiculaire au plan défini par \vec{v} et \vec{B}
- Sens : tel que le trièdre , $\vec{v}, \vec{B}, \text{et } \vec{F}$ soit direct .
- Norme : $F = q.v.B .\sin(\vec{v}, \vec{B})$

Remarques :

1. Si \vec{v} et \vec{B} sont parallèles alors $F = 0$.

2. Si (\vec{v}, \vec{B}) sont orthogonaux alors $\sin(\vec{v}, \vec{B}) = 1$ et $F = q.v.B$

3. \vec{F} et \vec{v} sont orthogonaux alors la force ne travaille pas , donc $\Delta E_c = 0$.

4. S'il y a en plus de \vec{B} , présence du champ électrique \vec{E} alors la force \vec{F} s'écrit :

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} + q\vec{E}$$

3-Etude du mouvement d'une particule dans un champ magnétique

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Cette force est perpendiculaire à \vec{v} , \vec{B} et son module est: qvB

Elle reste perpendiculaire à \vec{v} au cours du mouvement. Il n'y a donc pas d'accélération tangentielle.

L'accélération étant centripète, le mouvement est circulaire et uniforme. La relation fondamentale de la dynamique permet d'exprimer le module de la force

sous la forme: $F = m \frac{v^2}{R}$ avec R est le rayon de la trajectoire circulaire.

il vient : $m \frac{v^2}{R} = qvB$ donc le rayon du cercle décrit par la particule est : $R = \frac{mv}{qB}$

On note que plus le champ magnétique est intense, plus le rayon de la trajectoire est petit

- Le module de la vitesse angulaire du mouvement $\omega = \frac{v}{R}$, qui s'écrit: $\omega = \frac{q}{m} B$

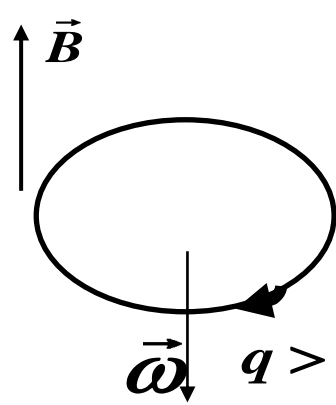
ne dépend que du rapport q/m et de l'intensité du champ magnétique B.

Sens de la vitesse angulaire: Le poids P est négligeable devant la force de Lorentz F.

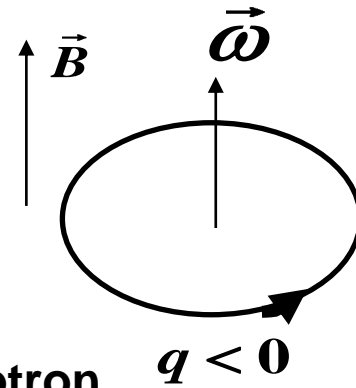
Dans un mouvement circulaire uniforme, la relation fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$\vec{F} = m\vec{a} = m(\vec{\omega} \times \vec{v}) = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

$$\text{soit } m(\vec{\omega} \times \vec{v}) = q(\vec{v} \times \vec{B}) \rightarrow m(\vec{\omega} \times \vec{v}) = -q(\vec{B} \times \vec{v})$$



d'où : $\vec{\omega} = -\frac{q}{m} \vec{B}$



ω est appelée fréquence cyclotron $q < 0$

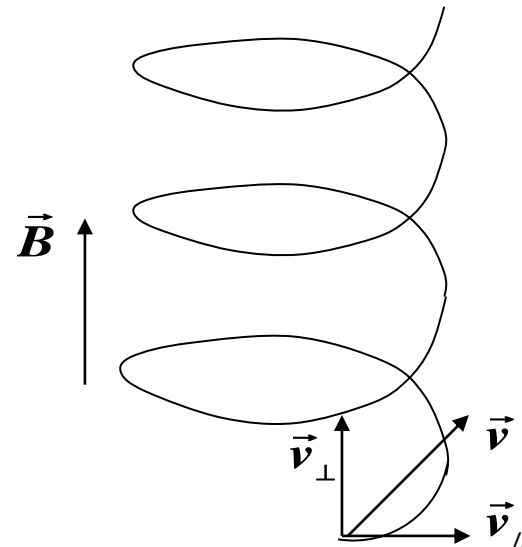
Cas où la vitesse initiale n'est pas perpendiculaire au champ.

Dans ce cas, on décompose la vitesse en deux composantes : $\vec{v} = \vec{v}_{//} + \vec{v}_{\perp}$

$\vec{v}_{//}$ est parallèle à \vec{B} : cette composante n'est pas affectée par \vec{B} , la particule prend un mouvement rectiligne et uniforme

\vec{v}_{\perp} est perpendiculaire à \vec{B} : le mouvement de la particule est, comme nous venons de le voir, circulaire et uniforme.

Le mouvement résultant est un mouvement hélicoïdal. La trajectoire est une hélice.



Nature et trajectoire du mouvement.

$$\vec{F} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{F} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow \Delta E_C = W_{\vec{F}} = 0$$
$$\Rightarrow \text{Energie cinétique} = \text{constante}$$

La force F est centrale donc le mouvement est circulaire uniforme

Contrairement à un champ électrique, un champ magnétique ne modifie pas l'énergie cinétique d'une particule chargée.

Remarque

Si la vitesse \vec{v} de la particule n'est plus perpendiculaire au champ magnétique, on peut décomposer le vecteur vitesse suivant les directions perpendiculaire et parallèle au champ $\vec{v} = \vec{v}_{//} + \vec{v}_{\perp}$

La composante $\vec{v}_{//}$ n'est pas affectée par le champ magnétique tandis que la composante \vec{v}_{\perp} change constamment de direction en gardant la même valeur constante $|\vec{v}_{\perp}|$

Le mouvement de la charge est alors la résultante d'un mouvement **rectiligne uniforme parallèle au champ** et d'un mouvement **circulaire uniforme autour du champ**. La trajectoire est alors **une hélice**.

Si le champ n'est plus uniforme, la trajectoire n'est plus circulaire

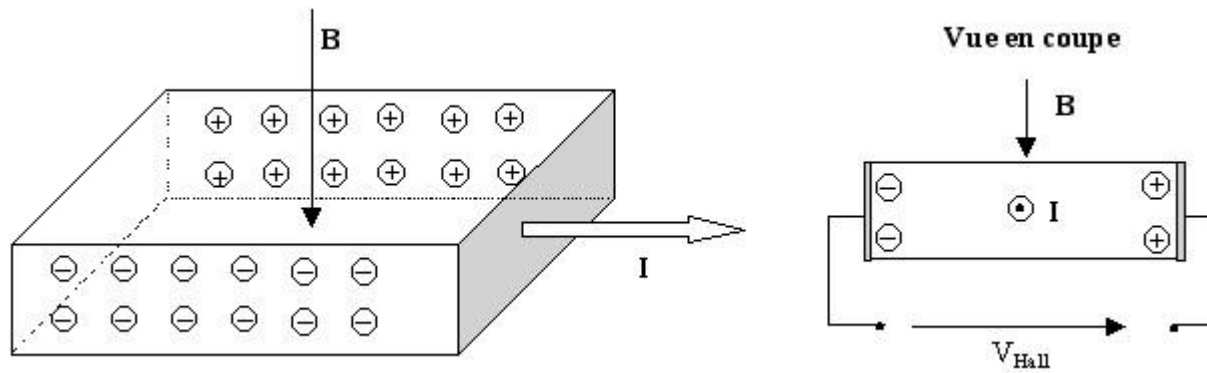
2-L'effet Hall classique

L'**effet Hall classique** a été découvert en 1879 par Edwin Herbert Hall : un courant électrique traversant un matériau baignant dans un champ magnétique engendre une tension perpendiculaire à ceux-ci.

Sous certaines conditions, cette [tension](#) croît par paliers, effet caractéristique de la [physique](#) quantique. Le [Prix Nobel de physique](#) a été attribué en 1985 pour l'[effet Hall](#) **quantique entier** et en 1998 pour l'**effet Hall quantique fractionnaire**.

Principe de l'effet classique

Lorsqu'un courant [traverse](#) un barreau en [matériau](#) semi-conducteur (ou conducteur), et si un [champ magnétique](#) d'induction \mathbf{B} est appliqué perpendiculairement au [sens](#) de passage du courant, une tension, appelée **tension Hall**, proportionnelle au [champ](#) magnétique et au courant apparaît sur les faces latérales du barreau.



Cette tension est proportionnelle à la vitesse de déplacement des porteurs de charge qui est considérablement plus grande dans les matériaux semi-conducteurs que dans les conducteurs métalliques.

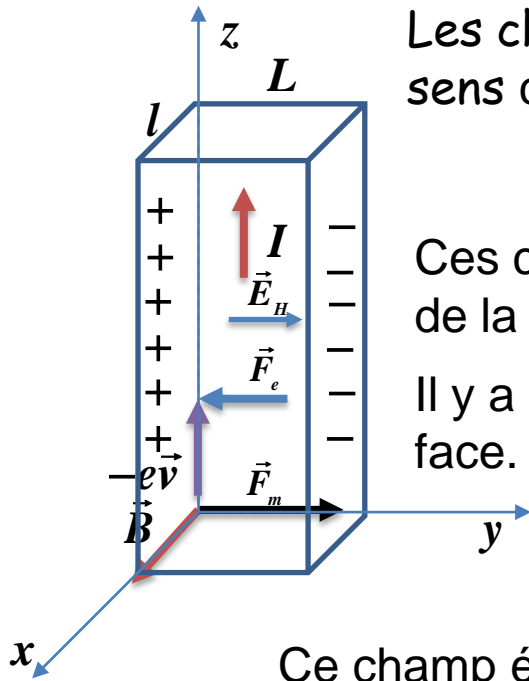
On sait qu'un champ magnétique agit sur les charges en mouvement. Le courant qui traverse le matériaux conducteur est produit par des charges (les électrons libres) qui se déplacent avec une vitesse que l'on notera \mathbf{v} .

Ces électrons sont donc soumis une force $\vec{F}_m = -e\vec{v} \times \vec{B}$ (Force de Lorentz), où $-e$ correspond à la charge d'un électron. Il en découle un déplacement d'électrons et une concentration de charges négatives sur l'un des côtés du matériaux ainsi qu'un déficit de charges négatives du côté opposé. Cette distribution de charge donne naissance à la tension Hall V_H ainsi qu'à un champ électrique \mathbf{E}_H .

Effet Hall normal ou négatif:

On considère un barreau de forme parallélépipédique parcouru par un courant I .

On le place dans un champ magnétique parallèle à ox .



Les charges libres, ici les électrons, qui se déplacent dans le sens contraire au courant, sont soumises à une force magnétique.

$$\vec{F}_m = -e\vec{v} \times \vec{B}$$

Ces charges négatives vont subir une déviation dans le sens de la force et les charges positives dans le sens contraire

Il y a donc accumulation de charges – sur une face et + sur l'autre face.

Donc création d'un champ électrique de Hall, E_H correspondant à une tension de Hall, V_H

Ce champ électrique donne naissance à une force électrique opposée à la force magnétique

$$\vec{F}_e = -e\vec{E}$$

La séparation de charge s'arrête lorsque les deux forces deviennent égales en module

A l'équilibre on a:



$$\vec{F}_m = \vec{F}_e \Rightarrow evB = eE_H \Rightarrow \mathbf{E_H} = vB = \frac{V_H}{L}$$

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$F_m = qvB = evB$$

$$F_e = qE = eE$$

Déplacement de électrons=Effet Hall négative.

A l'équilibre $F_m = F_e = eE = evB \Rightarrow v = \frac{E}{B}$

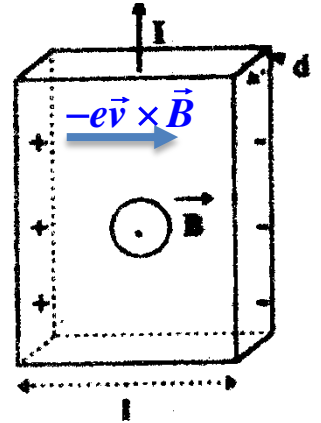
Le courant I vaut: $j = \frac{I}{S} = nev \Rightarrow I = nevL\ell \Rightarrow n = \frac{I}{eLv\ell} = \frac{IB}{e\ell EL}$

$$n = \frac{IB}{e\ell V_H}$$

En mesurant I, B ,l et V_H ,on peut en déduire n.

Application

Un ruban fin en cuivre de largeur L et d'épaisseur d est placé perpendiculairement à un champ magnétique \vec{B}

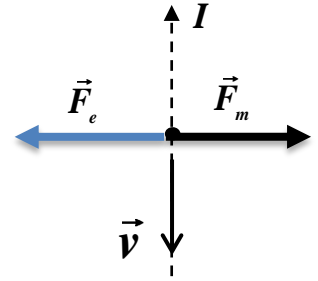


Le ruban est parcouru par un courant électrique $I=80\text{A}$. On donne $L=2\text{cm}$, $d=1.5\text{mm}$, $B=18\text{T}$. Dans le cuivre le nombre de charge par unité de volume est $n=8.5 \cdot 10^{28} \text{elec/m}^3$.

Si $q < 0$ le vecteur \vec{v} est opposé à $\vec{I} \Rightarrow \vec{v} \times \vec{B}$ Vers la gauche
donc $\vec{F}_m = -e\vec{v} \times \vec{B}$ Vers la droite .

En conclusion les porteurs de charge sont bien des électrons.

Cette distribution de charge donne naissance à la tension Hall V_H ainsi qu'à un champ électrique E_H .
Donc apparition d'une force électrique opposée à la force magnétique. Un état d'équilibre sera atteint, la vitesse des électrons constante il n'y aura plus de déviation.



$$F_m = F_e = eE = evB = \frac{eV_H}{L} \Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

$$j = \frac{I}{S} = nev \Rightarrow I = ne\mathbf{v}Ld \Rightarrow n = \frac{I}{eL\mathbf{v}d} = \frac{I}{eLd} \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{E}_H} \Rightarrow n = \frac{IB}{edV_H}$$

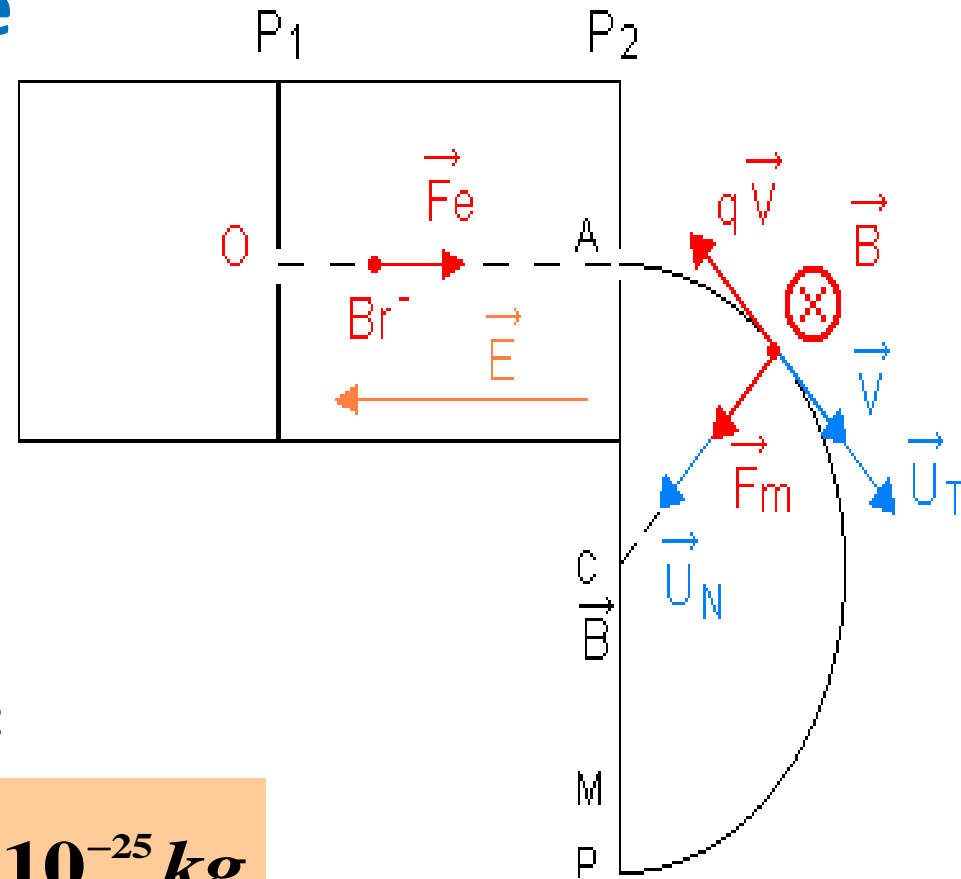
$$E_H = \frac{IB}{nedL} = 35,5 \cdot 10^{-5} \text{ V / m}$$

$$F_e = eE_H = \frac{IB}{ndL} = 6,35 \cdot 10^{-24} \text{ N}$$

3-Exemples de mouvements de particules chargées dans un champ magnétique constant.

a-Spectrographe de masse

On veut séparer des ions $^{79}\text{Br}^-$ et $^{81}\text{Br}^-$ **de même charge** mais de **masses différentes** m_1 et m_2 . Ces ions pénètrent en O dans un champ électrique uniforme, créé par une tension $V_0 = V_2 - V_1 = EL$ appliquée entre les 2 plaques verticales P_1 et P_2



$$m_1 = \frac{M_1}{N} = \frac{0.079}{N} = 1.31 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$$

$$m_2 = \frac{M_2}{N} = \frac{0.081}{N} = 1.34 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$$

$$(\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}) = 4 \cdot 10^{-10} \text{ kg}$$

b-Spectrographe de masse

Les ions bromures pénètrent en A dans un champ magnétique uniforme \vec{B} , perpendiculaire à la figure.

Leurs vitesses en A est : $v_A^2 = \frac{2q(V_2 - V_1)}{m} = \frac{2qV_0}{m}$

$$\Delta E_c = -\Delta E_p \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = qV$$

Pour la particule $^{79}\text{Br}^-$ la vitesse en A est : $v_{1A}^2 = \frac{2q(V_2 - V_1)}{m_1}$

Pour la particule $^{81}\text{Br}^-$ la vitesse en A est : $v_{2A}^2 = \frac{2q(V_2 - V_1)}{m_2}$

$$v = \frac{q}{m} Br \Rightarrow \frac{q^2}{m^2} B^2 r^2 = 2 \frac{q}{m} V_0 \Rightarrow \frac{q}{m} = \frac{2V_0}{B^2 r^2} \Rightarrow r^2 = \frac{2V_0}{qB^2} m$$
$$v^2 = 2 \frac{q}{m} V_0$$

$$\Delta r = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2V_0}{|q|}} \left(\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1} \right)$$

$$r = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2V_0}{|q|}} \sqrt{m}$$

C-Spectromètre de masse de Dempster

Il est constitué de deux régions:

-région I: dans laquelle on a une accélération des charges sous l'action de la force électrique

$$\vec{F}_e = q\vec{E}$$

En écrivant la conservation de l'énergie totale on a:

$$\Delta E_C = -\Delta E_P \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = qV \dots\dots\dots(1)$$

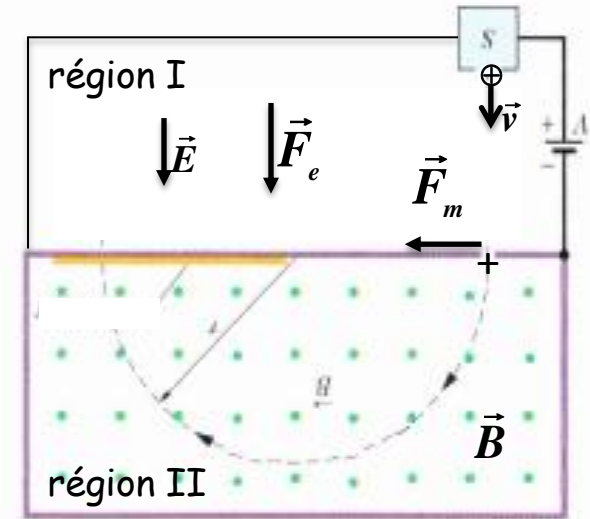
-région II: Le champ magnétique étant sortant, on a une déviation sous l'effet de la force magnétique

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

La trajectoire est circulaire uniforme. $qvB = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow qB = \frac{mv}{r} \dots\dots\dots(2)$

En combinant les équations (1) et (2) on a:

$$\frac{q}{m} = \frac{2V}{r^2 B^2}$$



III--Force magnétique agissant sur un courant (force de Laplace).

1. Force de Laplace.

Une expérience simple permet de mettre en évidence l'action d'un champ magnétique sur un courant. Une tige mobile, suspendue au dessus d'une cuve à mercure est placée entre les pôles d'un aimant. Quand la tige est parcourue par un courant elle est soumise à une force et se déplace.

Un courant est un déplacement de charge dans le vide ou dans un conducteur

$I = Sj = Snqv$ Si le conducteur est placé dans \vec{B} , il subit une force \vec{f} agissant **par unité de volume**.

$$\vec{f} = n(q\vec{v} \times \vec{B}) = \vec{j} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{dF} = \vec{f} S d\ell = d\ell (\mathbf{S} \mathbf{n} q \vec{v}) \times \vec{B} \Rightarrow \vec{dF} = \mathbf{I} d\vec{\ell} \times \vec{B}$$



Expérience d'Oersted.mp4

La force est donnée par la loi de Laplace $\overrightarrow{dF} = I \overrightarrow{d\ell} \times \overrightarrow{B}$

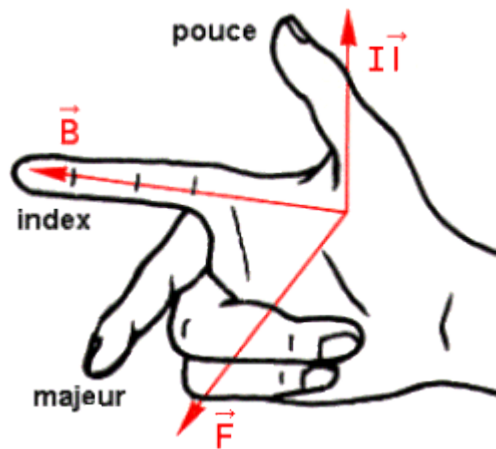
La Force \overrightarrow{F} sur un circuit réel de dimensions fixées est:

$$\overrightarrow{F} = \int_c \overrightarrow{dF}$$

La direction de la force est telle que le trièdre:

$I \overrightarrow{d\ell}, \overrightarrow{B}, \text{ et } \overrightarrow{F}$ est direct

On peut utiliser la règle de la main droite:

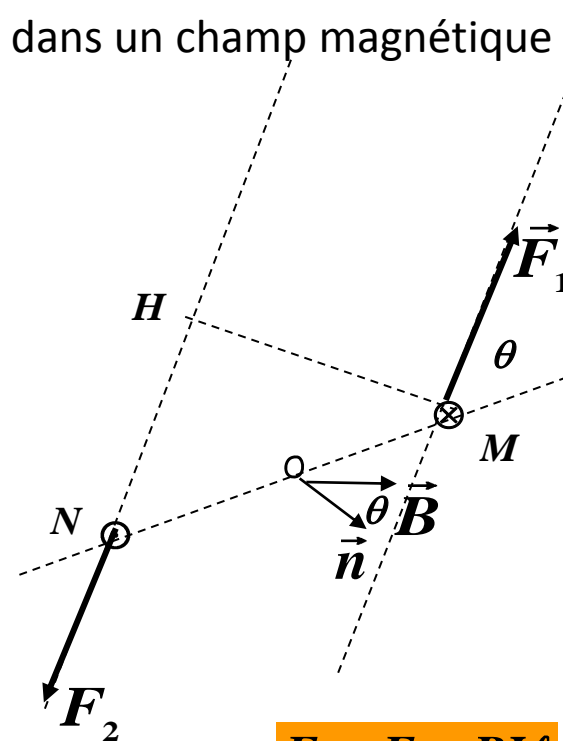
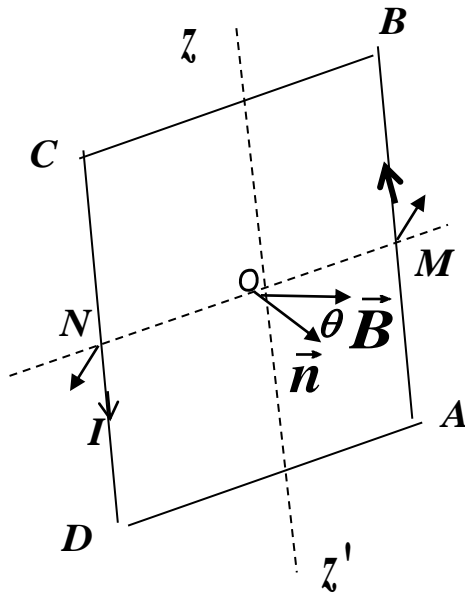


Pierre Simon **de LAPLACE**, savant français (1749-1827)

2. Action d'un champ sur un circuit fermé. Moment magnétique.

On considère, pour simplifier, un circuit rectangulaire, de longueur $AB = \ell$ et de largeur $BC = a$, parcouru par un courant I .

Ce circuit C , mobile autour d'un axe fixe zz' , est placé dans un champ magnétique uniforme \vec{B} , la normale à la spire C fait un angle θ avec \vec{B} .



Le côté AB est soumis, en M, à l'action d'une force de module : $F_1 = F = BI\ell$

Le côté CD est soumis, en n, à l'action d'une force de module : $F_2 = F = BI\ell$

La résultante des forces qui agissent sur BC est nulle, il en est de même de AD.

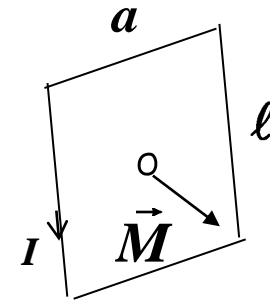
Ainsi le circuit est soumis à un couple formé de \vec{F}_1 et \vec{F}_2 dont le module est égal à :

$$\Gamma = FMH \quad \text{Or } MH = MN \sin \theta = a \sin \theta \quad \text{D'où: } \Gamma = I\ell a B \sin \theta$$

$$\text{On pose : } \vec{M} = IS\vec{n} \quad \text{avec} \quad S = a\ell$$

Le moment magnétique du circuit rectangulaire considéré est.:

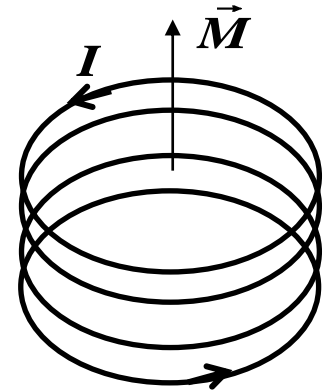
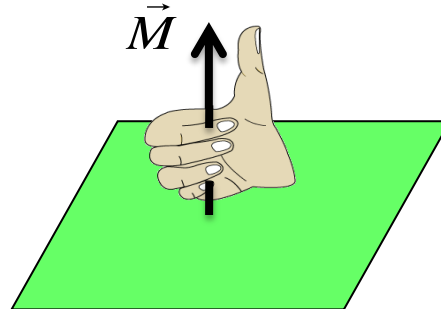
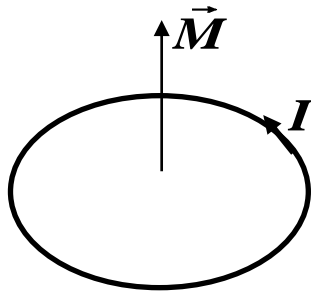
$$\vec{M} = IS\vec{n}$$



Le couple, qui agit sur ce circuit, s'écrit $\vec{\Gamma} = \vec{M} \times \vec{B}$ Ce résultat est général.

Un circuit, comportant N spires de surface S , parcouru par un courant I , possède un moment magnétique :

$$\vec{M} = NIS\vec{n} \quad (\text{A/m}^2)$$



3. Énergie d'un circuit placé dans un champ magnétique.

On montre que l'énergie potentielle d'un circuit parcouru par un courant I , de moment magnétique. $\vec{M} = NIS\vec{n}$

placé dans un champ magnétique \vec{B} est : $E_p = \vec{M} \cdot \vec{B}$

De même l'énergie d'un aimant de moment \vec{M} est: $E_p = \vec{M} \cdot \vec{B}$

IV-Champ magnétique créé par un courant

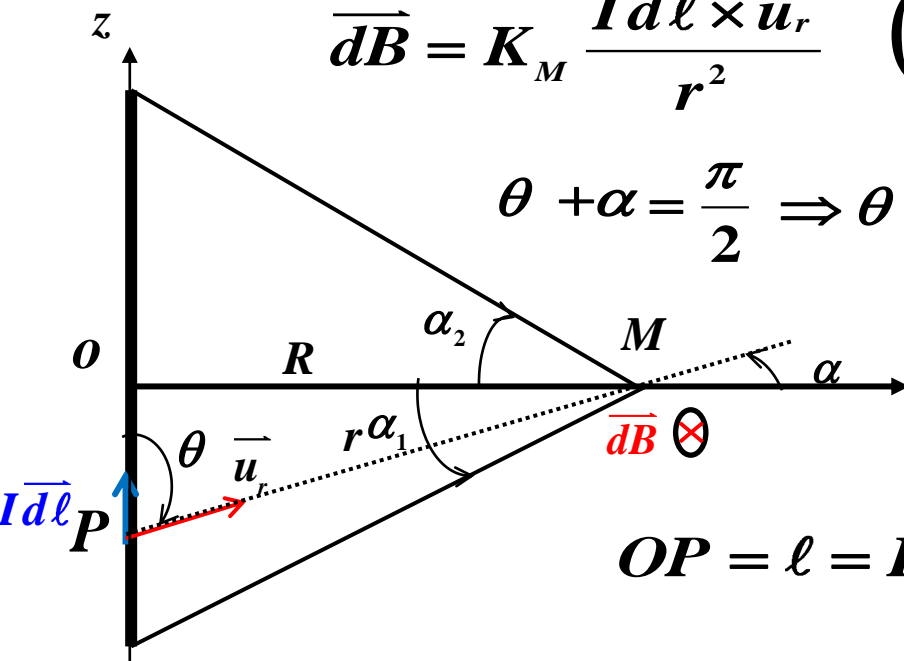
1. Loi de Biot et Savart.

Tout courant électrique produit, dans l'espace qui l'entoure, un champ magnétique. \vec{B}

Ce champ vectoriel traduit les propriétés de l'espace dues à l'effet du courant. \vec{B}

$$\overrightarrow{dB} = K_M \frac{I d\vec{\ell} \times \vec{u}_r}{r^2}, K_M = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \text{ MkSA}$$

a. Champ magnétique créé par un courant rectiligne.



$$\overrightarrow{dB} = K_M \frac{I \overrightarrow{d\ell} \times \overrightarrow{u_r}}{r^2} \quad (I \overrightarrow{d\ell}, \overrightarrow{u_r}) = \theta \quad |\overrightarrow{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\ell \sin \theta}{r^2}$$

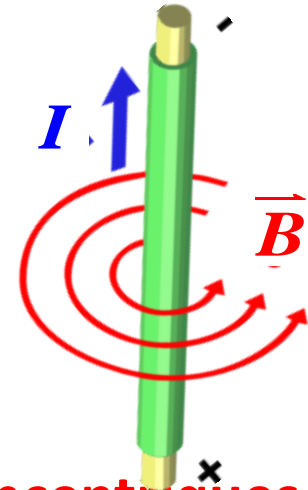
$$\theta + \alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} - \alpha \Rightarrow \sin \theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{R}{r} \Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{\cos^2 \alpha}{R^2}$$

$$OP = \ell = R \tan \alpha \Rightarrow d\ell = \frac{R d\alpha}{\cos^2 \alpha}$$

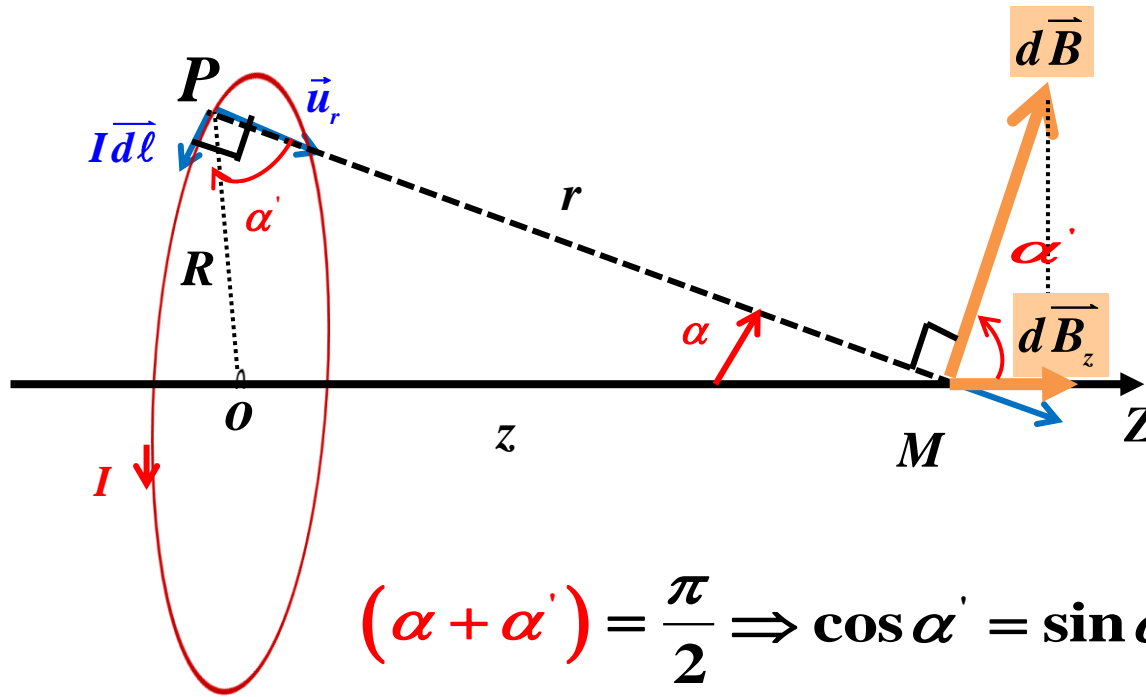
$$|\overrightarrow{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \int I \frac{R d\alpha}{\cos^2 \alpha} \frac{\cos^2 \alpha}{R^2} \sin \theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int \cos \alpha d\alpha$$

Pour un fil indéfini: $|\overrightarrow{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$



\overrightarrow{B} varie en $1/r$, les lignes de champ sont des cercles concentriques, \overrightarrow{B} a le même module le long d'une ligne de champ.

b. Champ magnétique créé par un courant circulaire.



$$\overrightarrow{dB} = K_M \frac{I \overrightarrow{d\ell} \times \overrightarrow{u_r}}{r^2}$$

$$(I \overrightarrow{d\ell}, \overrightarrow{u_r}) = \frac{\pi}{2}$$

$$|\overrightarrow{dB}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\ell}{r^2}$$

$$(\alpha + \alpha') = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \alpha' = \sin \alpha = \frac{R}{r} \quad \text{et} \quad R^2 + Z^2 = r^2$$

Pour raison de symétrie B est suivant oZ. $\Rightarrow |\overrightarrow{dB_z}| = |\overrightarrow{dB}| \cos \alpha'$

$$B = \int dB_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\ell}{r^2} \cos \alpha' \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\ell}{r^2} \frac{R}{r} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{(2\pi R) R}{r^3}$$

$$B = \frac{\mu_0 I R^2 \pi}{2\pi (R^2 + Z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Au centre de la spire:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

3. Dipôle magnétique.

$$\vec{M} = SI \vec{n}$$

\Rightarrow

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi(R^2 + Z^2)^{3/2}} 2\vec{M}$$

$$M = \pi R^2 I$$

**Si les dimensions du circuit
sont petites ($R \ll Z$) :**

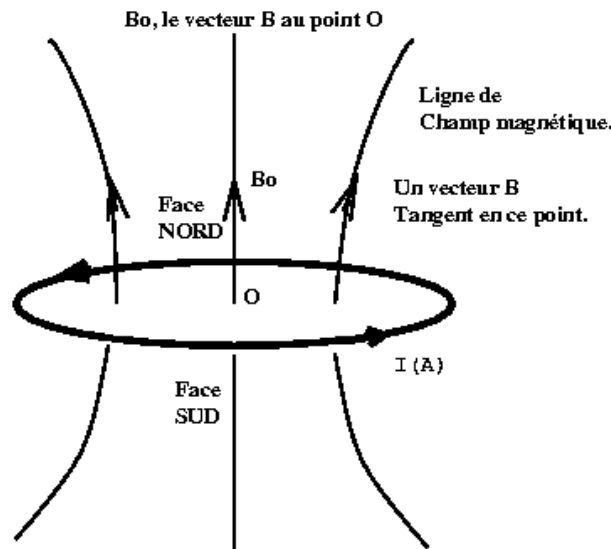
$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\vec{M}}{Z^3}$$

L'analogie avec le dipôle électrique est frappante aussi ce circuit est appelé dipôle magnétique. ($Z=r$)

\searrow

$$B_r = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2M \cos \theta}{r^3}$$

$$B_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{M \sin \theta}{r^3}$$



4. Dipôle magnétique placé dans un champ extérieur magnétique.

La spire est soumise à un couple:

$$\vec{\tau}_D = \vec{M} \times \vec{B}$$

avec M le moment magnétique dipolaire de la spire:

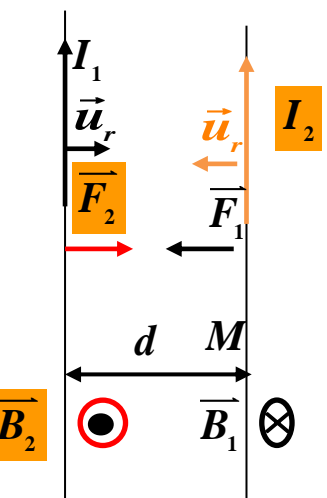
$$\vec{M} = IS\vec{n}$$

Energie potentiel d'un circuit fermé
parcouru par un courant I placé dans \vec{B}

La spire possède l'énergie potentielle

$$E_P = -\vec{M} \cdot \vec{B} = -MB \cos \theta$$

2. Interaction entre deux courants rectilignes et parallèles : Définition de l'ampère.

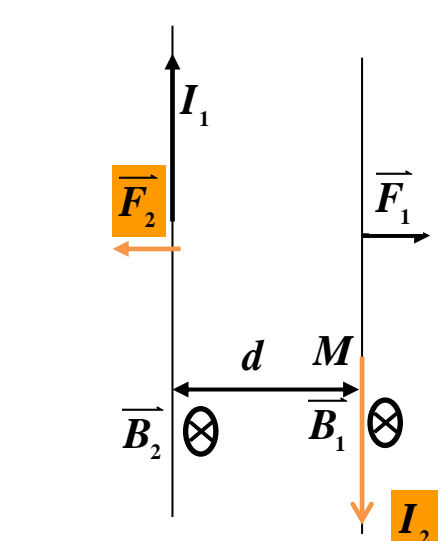


$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$$

$$I_2 \text{ dans } \vec{B}_1 \Rightarrow d\vec{F}_1 = I_2 d\vec{\ell} \times \vec{B}_1$$
$$\Downarrow$$
$$F_1 = I_2 \ell B_1$$
$$I_1 \text{ dans } \vec{B}_2 d\vec{F}_2 = I_1 d\vec{\ell} \times \vec{B}_2$$
$$\Downarrow$$
$$F_2 = I_1 \ell B_2$$

si I_1 et I_2 sont de même sens : ils s'attirent .



$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$$

$$F_1 = I_2 \ell B_1$$
$$F_2 = I_1 \ell B_2$$

si I_1 et I_2 sont de sens opposés : ils se repousse.

V-THEOREME D'AMPERE

1. Vecteur excitation magnétique.

Comme en électrostatique, on introduit un vecteur "excitation magnétique" \vec{H} tel que: $\vec{B} = \mu \vec{H}$
 μ est la perméabilité magnétique du milieu

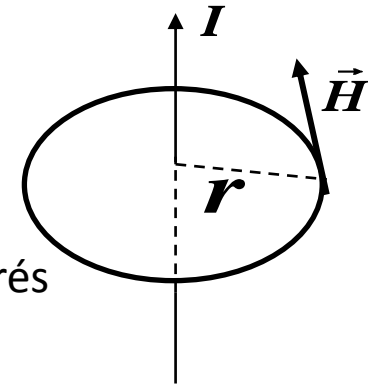
Dans le vide on a: $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$

N.B. Le vecteur \vec{H} a été longtemps appelé "champ magnétique" et le vecteur \vec{B} "induction magnétique". Or c'est le vecteur \vec{B} qui est à l'origine de la force qui agit sur une charge q (force de Laplace); c'est donc \vec{B} qui est le champ

2. Circulation de l'excitation magnétique le long d'un contour fermé.

Considérons un fil conducteur rectiligne de longueur infinie parcouru par un courant I . Il crée, à une distance r , un champ magnétique tangent à une ligne de champ et de module $B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$

$H = \frac{I}{2\pi r}$ $\vec{H} // \vec{B}$ Les lignes de champ sont des cercles centrés sur le fil dans des plans perpendiculaire



Si on calcule la circulation du vecteur \vec{H} le long d'une ligne de champ, on trouve: $\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I$

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \frac{I}{2\pi r} \oint_c d\ell = I$$

La circulation du vecteur \vec{H} le long d'un contour fermé C quelconque est égale à la somme algébrique des courants qui se trouvent à l'intérieur de C

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \sum_n I_n$$

En introduisant la densité de courant \vec{J} , on obtient :

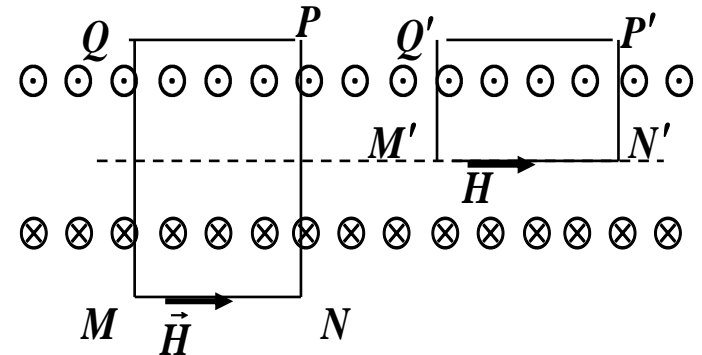
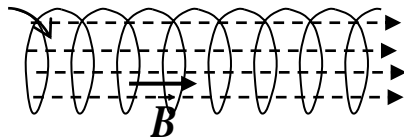
$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

S est une surface quelconque qui s'appuie sur le contour C. C'est la formulation mathématique du théorème d'Ampère.

Remarque : Le théorème d'Ampère équivaut au théorème de Gauss trouvé en électrostatique : dans le premier cas le vecteur excitation \vec{H} est relié aux courants sources \vec{J} , et dans le deuxième, \vec{D} est relié aux charges sources ρ .

3. Application : Champ créé par un solénoïde de longueur infinie.

Un solénoïde est constitué d'un fil conducteur enroulé sur un cylindre de longueur L. Chaque tour du fil constitue une spire circulaire de rayon R. Un courant électrique d'intensité I, qui parcourt le fil, entraîne l'apparition, dans l'espace environnant, d'un champ magnétique \vec{B}



Calcul de \vec{H} à l'extérieur du solénoïde : On choisit un contour rectangulaire MNPQ. La circulation, le long de ce contour, du vecteur \vec{H} est

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \sum_n I_n \quad \text{soit} \quad \vec{H} \cdot \overrightarrow{MN} + \vec{H} \cdot \overrightarrow{NP} + \vec{H} \cdot \overrightarrow{PQ} + \vec{H} \cdot \overrightarrow{QN} = \sum_n I_n = 0$$

les 2ème et 4ème termes sont nuls car les deux vecteurs sont perpendiculaires.

Par conséquent \vec{H} a la même valeur le long de MN et de PQ

A l'extérieur \vec{H} est uniforme et cela quelles que soient les positions de MN et PQ, il est donc nul comme à l'infini.

Calcul de H à l'intérieur du solénoïde : On considère, à présent, le contour M'N'P'Q' :

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \sum_n I_n \quad \text{soit} \quad \vec{H} \cdot \overrightarrow{M'N'} + \vec{H} \cdot \overrightarrow{N'P'} + \vec{H} \cdot \overrightarrow{P'Q'} + \vec{H} \cdot \overrightarrow{Q'N'} = N_1 I$$

où N_1 est le nombre de spires à l'intérieur de ce contour

Seul le premier terme n'est pas nul ; les 2ème et 4ème sont nuls comme précédemment et le 3ème parce que $\vec{H} = 0$ à l'extérieur du solénoïde.

Donc, à l'intérieur du solénoïde, l'excitation magnétique a pour module : $H = \frac{N_1}{MN} I \Rightarrow H = nI$

n est le nombre de spires par unité de longueur. A l'intérieur du solénoïde l'intensité du champ magnétique est

$$\mathbf{B} = \mu_0 n I$$

VI Flux magnétique

1-Flux du vecteur induction magnétique à travers une surface fermée

Le flux de \vec{B} à travers une surface fermée quelconque est donné par: $\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}$

Nous avons vu précédemment que les lignes de champ du vecteur induction magnétique \vec{B} se referment sur elles même, comme celle du dipôle magnétique. Il n'y a pas de lignes qui partent vers l'infini comme dans le cas du champ électrique créé par une charge ponctuelle. Il doit donc se comporter de la même manière: en particulier le flux du champ électrique d'un dipôle à travers toute surface fermée est nul, que cette surface soit extérieure ou le contienne: $\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} = \frac{+q - q}{\epsilon_0} = 0$

Or un aimant ou une bobine n'est que la juxtaposition de dipôles magnétiques.

Assi le flux du vecteur \vec{B} à travers surface fermée est toujours nul. $\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

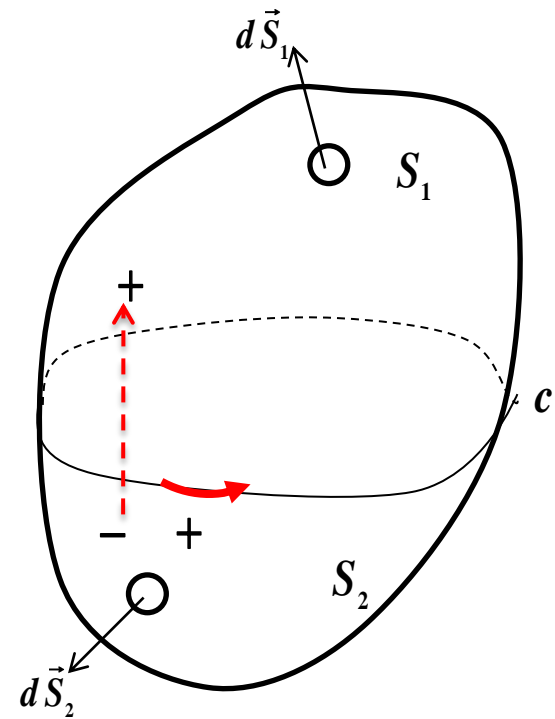
Ceci signifie que le flux rentrant à travers une surface fermée est égal au flux sortant de cette surface.

2-Flux du vecteur induction magnétique à travers un contour fermée

Considérons un contour fermé quelconque que C , sur lequel s'appuie une surface fermée.

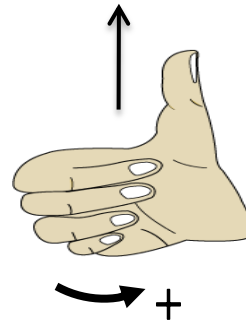
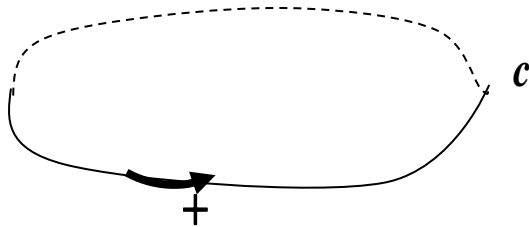
C délimite sur S deux surfaces ouvertes S_1 et S_2

$$\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \iint_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \rightarrow \Phi_{S_1} = -\Phi_{S_2}$$



Modifiant les convention d'orientation des $d\vec{S}$ de la manière suivante:

-considérons sur c un sens de parcours positif



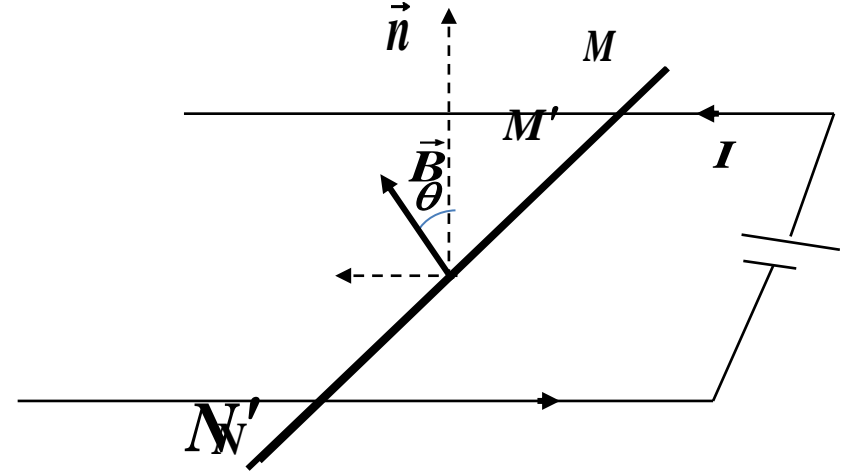
2. Expression du travail des forces en fonction du flux coupé.

Considérons d'abord le cas particulier du circuit représenté sur la figure: Une barre conductrice MN se déplace sur des rails parallèles conducteurs. L'ensemble est alimenté par une source de courant continu qui débite à travers le circuit, ainsi formé, un courant I . Ce circuit est placé dans un champ magnétique uniforme \vec{B} perpendiculaire à la barre MN et faisant un angle θ avec la normale au plan du circuit.

Le conducteur MN, est soumis à la force de Laplace : $\vec{F} = I \overrightarrow{MN} \times \vec{B}$ soit $F = IMNB$

Au cours d'un déplacement élémentaire $d\vec{M}$ de MN, le travail de la force \vec{F} est:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{M} = F dM \cos \theta$$



En remplaçant F par sa valeur trouvée , il vient : $dW = IB \textcolor{red}{MN} d\textcolor{red}{M} \cos \theta = IB \textcolor{red}{dS} \cos \theta$

dS est la surface balayée par le conducteur MN au cours de ce déplacement.

Si on fait intervenir le flux coupé par le conducteur : $d\Phi = \vec{B} \cdot \vec{n} dS = B dS \cos \theta$

On a : $dW = Id\Phi$

\vec{n} est un vecteur unitaire porté par la normale à la surface balayée.

Ce résultat, trouvé dans un cas particulier, est général.

Considérons un circuit électrique, parcouru par un courant continu I et placé dans un champ magnétique \vec{B} . Chaque élément $d\vec{\ell}$ du circuit est soumis à une force de Laplace :

$$d\vec{F} = Id\vec{\ell} \times \vec{B}$$

4. Expression du travail en fonction de la variation du flux à travers un circuit.

On retrouve la même expression dans le cas d'un circuit électrique fermé, de forme quelconque, parcouru par un courant I .

$$dW = Id\Phi$$

$d\Phi$ désigne la variation du flux magnétique. Cette variation du flux peut être due

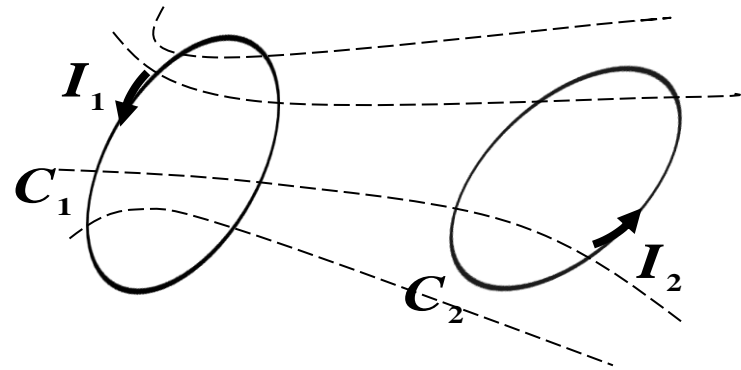
- soit à une variation de la surface du circuit,
- soit à une variation du champ,
- soit à une variation de l'angle θ .

5. Induction mutuelle entre deux circuits électriques C_1 et C_2 parcourus respectivement par des courants i_1 et i_2 .

Soit deux circuits C_1 et C_2 , fixe l'un par rapport à l'autre, parcourus par les courants I_1 et I_2 .

Le flux magnétique Φ_1 envoyé par C_1 à travers C_2 est : $\Phi_1 = MI_1$

Le flux magnétique Φ_2 envoyé par C_2 à travers C_1 est : $\Phi_2 = MI_2$



M est le coefficient d'induction mutuelle ou l'inductance mutuelle

6. L'inductance d'un circuit électrique.

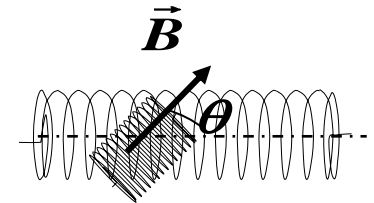
Considérons un circuit électrique fermé parcouru par un courant I . Ce courant crée dans le voisinage un champ magnétique \vec{B} proportionnel à I . Le flux de ce champ à travers le circuit, appelé flux propre, est proportionnel à \vec{B} , donc à I . On peut alors écrire : $\Phi = LI$

L est " l'inductance " du circuit électrique.

M et L sont mesurés, dans le système MKSA, en henry (H).

Exemples:

On considère un solénoïde, dont la longueur ℓ est très grande par rapport au rayon R des spires de façon à l'assimiler à un solénoïde infini. Il comporte N spires de surface S et il est parcouru par un courant I . Une petite bobine de section S' , comportant N' spires et parcourue par un courant I , est placée comme l'indique la figure. Son axe fait un angle θ avec celui du solénoïde.



Le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde a pour intensité : $B = \mu_0 \frac{NI}{\ell}$

Le flux de ce champ à travers la bobine est :

$$\Phi = N'BS' \cos \theta = \mu_0 \frac{NI}{\ell} N'S' \cos \theta = MI \rightarrow M = \mu_0 \frac{N}{\ell} N'S' \cos \theta$$

Le flux magnétique envoyé par le solénoïde à travers ses propres spires est :

$$\Phi = NBS = \mu_0 \frac{N^2 I}{\ell} NS = LI \rightarrow L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$$

Ainsi : Le coefficient de self induction ou auto induction d'une bobine de grande longueur ℓ comportant N spires de surface S est:

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$$

7. Calcul des forces appliquées à un circuit électrique.

On peut calculer la résultante des forces appliquées à un circuit électrique fermé parcouru par un courant I . Nous avons trouvé, que le travail dW de la force électromagnétique \vec{F} au cours d'un déplacement élémentaire est :

$$dW = \int \vec{F} \cdot d\vec{M} = Id\Phi$$

Où $d\Phi$ est la variation du flux magnétique au cours de ce déplacement. On peut alors déterminer, comme en électrostatique, les composantes de \vec{F} . En coordonnées cartésiennes on a

$$F_x = I \frac{\partial d\Phi}{\partial x};$$

$$F_y = I \frac{\partial d\Phi}{\partial y};$$

$$F_z = I \frac{\partial d\Phi}{\partial z};$$

Dans le cas d'un système en rotation autour d'un axe Δ ,
le moment des forces par rapport à cet axe est :

$$M_{\Delta} = I \frac{d\Phi}{d\theta};$$